P O I É S I S – REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – MESTRADO – UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA

Unisul, Tubarão, Número **Especial**, p. 83 - 101, Jan/Jun 2014. By Zumblick

FORMACIÓN DE LAS ACCIONES DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN EN LA ESCUELA PRIMARIA

Yolanda Rosas Rivera[1]
Yulia Solovieva[2]
Luis Quintanar Rojas[3]

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo es mostrar un método de formación de las acciones de multiplicación y división en base a la propuesta de la teoría de la actividad aplicada a la enseñanza (TALIZINA, SOLOVIEVA y QUINTANAR, 2010). El método fue aplicado en un grupo de alumnos de segundo grado de primaria de un colegio particular de la Ciudad de Puebla, México. La estructuración del contenido didáctico parte del principio de organización, dirección y orientación del proceso de enseñanza-aprendizaje, elaborado específicamente para matemáticas. Se enfatiza la necesidad de la formación de conceptos generales sistémicos (concepto de número y sistema numérico decimal) para el aprendizaje de las operaciones aritméticas y la solución de problemas. Se discute la necesidad y la viabilidad de propuestas efectivas y aprobadas en la práctica relacionadas con la enseñanza de los elementos invariantes en la ciencia matemática (magnitud, medida y cantidad de veces) y sus relaciones para la formación de operaciones particulares como la multiplicación, la división y otras. Se concluye que la aplicación del método tiene efectos positivos, debido a que permite la solución de diversas operaciones y facilita la solución de problemas aritméticos temáticos.

Palabras clave: Operaciones aritméticas; Teoría de la actividad; Medida; Enseñanza de las matemáticas.

FORMACÃO DE AÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

RESUMO

O objetivo do presente trabalho é mostrar um método de formação das ações de multiplicação e divisão com base na proposta da teoria da atividade aplicada ao ensino (TALIZINA, SOLOVIEVA y QUINTANAR, 2010). O método foi aplicado com um grupo de alunos do segundo ano primário de um colégio particular da cidade de Puebla, México. A estruturação do conteúdo didático parte do princípio da organização, direção e orientação do processo de ensino-aprendizagem, elaborado especificamente para matemática. Enfatiza-se a necessidade da formação de conceitos gerais sistêmicos (conceito de número e sistema numérico decimal) para a aprendizagem das operações aritméticas e a solução de problemas. Discute-se a necessidade e a viabilidade de propostas efetivas, aprovadas na prática, relacionadas ao ensino dos elementos invariantes na ciência matemática (grandeza, medida e quantidade de vezes) e suas relações para a formação de operações particulares como a multiplicação, a divisão e outras. Conclui-se que a aplicação do método tem efeitos positivos, uma vez que permite a solução de diversas operações e facilita a solução de problemas aritméticos temáticos.

[1] Neuropsicológa clínica y coordinadora del programa de profesionalización, Instituto de Neuropsicología y Psicopedagogía Infantil (INPI). Licenciada en Psicología. Facultad de Estudios Superiores Zaragoza. Universidad Nacional Autonoma de México. Maestra en Diagnostico y Rehabilitación Neuropsicológica, Universidad Autonoma de Puebla. E-mail: <npyolandarosas@yahoo.com.mx>.

[2] Maestría en Neuropsicología Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Profesora investigadora. E-mail: <yulia.solovieva@correo.buap.mx>.

[3] Doctorado en Neuropsicología, Universidad Estatal de Moscú, Rusia, Post Doctorado en Neuropsicología, Universidad de Sevilla, España. Investigador de Tiempo Completo, Coordinador de la Maestría en Diagnóstico Y Rehabilitación Neuropsicológica. E-mail: <luis.quintanar@correo.buap.mx>.

Yolanda Rosas Rivera
Yulia Solovieva
Luis Quintanar Rojas

Palavras chave: Operações aritméticas; teoria da atividade; medida; ensino de matemática.

FORMATION OF THE ACTIONS OF MULTIPLICATION AND DIVISION IN THE ELEMENTARY SCHOOL

ABSTRACT
The goal of the present study was showing a method for formation of the actions of multiplication and division on the basis of the proposal of the activity theory applied to teaching process (TALIZINA, SOLOVIEVA & QUINTANAR, 2010). The method was applied with a group of pupils on the second grade in a primary school from a small private school in Puebla town, Mexico. The structure of didactic content of parts from the principle of organization, direction and orientation of the teaching and learning process, created specifically for mathematics. We emphasize the necessity of formation of general systemic concepts (number concept and decimal system concept) to learn arithmetic operations and problem solutions. We discuss the necessity and viability of effective and approved in practice proposals related to the teaching of invariant elements of mathematic science (magnitude, measure and quantity of times) and relations among them for formation of multiplication, division operations and others. We conclude that the application of the method had positive effects on the pupil's knowledge, has permitted the solution of different examples and even facilitated the solution of problems with arithmetic relations.

Key words: Arithmetic operations, Activity theory, Measure, Teaching of Mathematics.

Introducción

La enseñanza de las matemáticas es un área relevante debido a que desarrolla en los alumnos el pensamiento abstracto, habilidades de análisis, anticipación, reflexión y un nuevo sistema de comunicación (SEP, 2011). Sin embargo, no todos los alumnos desarrollan estas habilidades y suelen presentar dificultades en la solución de problemas o en las técnicas de cálculo (SALMINA, 2001). Los resultados de las evaluaciones nacionales muestran que 51.2% de los alumnos de tercer grado de primaria presentan un nivel elemental e insuficiente de conocimientos de matemáticas (ENLACE, 2013). Esto significa que los alumnos necesitan adquirir los conocimientos y desarrollar las habilidades matemáticas y/o fortalecer la mayoría de esos conocimientos. Entre estos conocimientos se encuentra el concepto de número, la ejecución de operaciones aritméticas y la solución de problemas.

Específicamente, se conoce muy poco acerca de la formación de las operaciones de multiplicación y división, a pesar de que estas son de las operaciones más complejas para los alumnos (URIBE, 2008). La enseñanza de estas operaciones se da a través de la forma tradicional, algoritmos formales, de su constante aplicación y memorización (SEP, 2011). La multiplicación actualmente se define como la suma de sumandos iguales o suma repetitiva (FERNÁNDEZ, 2007; FIGUEROA, et. Al., 2005). En relación a la división, ésta se da mediante la mecanización de pasos para la solución del algoritmo, conocido como *casita* (SÁNCHEZ y LLINARES, 2011).

Existen algunos estudios que plantean la necesidad de conocer las habilidades que los menores adquieren antes de ingresar a la escuela para integrar dichas habilidades al aprendizaje formal. En relación a las operaciones aritméticas, se ha encontrado que los alumnos del primer grado ya cuentan con estrategias de conteo directo, de repartición de uno a uno e integración de dos conjuntos. Lo relevante de estos estudios es la propuesta de enseñanza, en la cual se menciona que las operaciones aritméticas deben manejarse como un sistema de acciones con relaciones estrechas y que no hay que esperar la automatización de la suma y resta para comenzar la enseñanza de la multiplicación y la división. Aunque se proponen estrategias de enseñanza (instrucción cognitivamente guiada, aprendizaje significativo, autodirección), no se menciona de qué forma deben aplicarse ni el contenido académico necesario para la asimilación de las operaciones aritméticas (BUTTO y GÓMEZ, 2011; ESPINOZA, BARBÉ y GALVÉZ, 2011; RODRIGUEZ et. al., 2008). Todo lo mencionado queda en la postulación de la necesidad de formación de estrategias meta-cognitivas, pero no se especifica de qué manera debe o puede realizarse.

El postulado de la SEP acerca de la necesidad de formación del pensamiento abstracto, no explica nada acerca de las posibilidades reales de organización del proceso de enseñanza-aprendizaje y tampoco queda claro de qué manera se puede garantizar el pensamiento abstracto en niños que se encuentran en la etapa de acciones concretas, en los términos de Piaget (1952). Desde el enfoque histórico-cultural, que constituye la base general de la teoría de la actividad aplicada a la enseñanza, la adquisición de conceptos no se puede separar de las acciones particulares (TALIZINA, SOLOVIEVA y QUINTANAR, 2010). La educación matemática debe considerarse como un proceso dinámico que va dirigido a la organización y la formación de las acciones que garantizan los conceptos matemáticos (TALIZINA, 2001). Lo anterior significa que para formar los conceptos con las *estrategias meta cognitivas* es necesario proponer sistemas de acciones con los alumnos que incluyan y garanticen la adquisición de los conceptos generales y no particulares.

Considerando la génesis psicológica de estas operaciones, en el presente artículo se muestra un método para la formación de las acciones de multiplicación y división, basado en la teoría de la actividad.

1. Premisas teóricas para la enseñanza de las matemáticas

En teoría de la actividad se considera que la apropiación de conocimientos y habilidades matemáticas solo se logra cuando la enseñanza se organiza y se dirige adecuadamente. Al mismo tiempo, debe incluir una constante interacción entre los participantes esenciales de este proceso: el pedagogo y los niños. El papel del maestro es fundamental para la enseñanza de dichas habilidades y conceptos, porque él es el principal responsable de organizar y de sistematizar el conocimiento para garantizar una asimilación completa. Particularmente en matemáticas, se ha propuesto la formación de habilidades generales para la edad preescolar, así como la formación del concepto de número, del sistema numérico decimal y la solución de problemas aritméticos para la edad escolar (SOLOVIEVA, ORTIZ y QUINTANAR, 2010; TALIZINA, 2009). De la misma manera, en nuestro estudios previos se han analizado con profundidad los requisitos y las habilidades previas que son necesarias para iniciar la formación de los conceptos teóricos en la escuela primaria (SALMINA y FILIMONOVA, 2010; ZÁRRAGA, QUINTANAR, GARCÍA y SOLOVIEVA, 2012; LÁZARO, SOLOVIEVA y QUINTANAR, 2013).

La actividad de estudio es la que permite al niño asimilar la experiencia socialmente elaborada durante la enseñanza escolar. Solo dentro de esta actividad aparece el objetivo cognitivo específico que debe ser asimilado y reflejado por parte del alumno (DAVIDOV, 1996; 2000). La finalidad y el resultado de la actividad de estudio o de enseñanza-aprendizaje dirigido, es la transformación del propio sujeto actuante y no simplemente la transformación de las cosas con las que actúa el sujeto. En todo caso, pueden transcurrir ambas transformaciones, pero la primera que señalamos es la primordial. El contenido principal de la actividad de estudio es la asimilación de los procedimientos generalizados de la acción en la esfera de los conceptos científicos y los cambios cualitativos en el desarrollo psíquico del niño (DAVÍDOV y MÁRKOVA, 1981).

Durante el aprendizaje de la aritmética el niño escolar pasa de la percepción directa de la cantidad, que surge en la experiencia, a la mediada por las acciones esenciales en las matemáticas. En otras palabras, el niño empieza a dominar los signos, las cifras y las reglas de su designación. Estas reglas consisten en sustituir las operaciones con objetos por operaciones con sistemas numéricos (VYGOTSKY, 1995). Se ha propuesto que los alumnos conozcan las propiedades generales de la magnitud y pasen a la diferenciación de los tipos particulares (número natural, valor posicional, etc.). Así, los orígenes del conocimiento matemático en el niño deben buscarse en la acción y en la toma de conciencia de los resultados de estas acciones propias del sujeto. Queremos subrayar que las acciones deben ser realizadas por el niño, como sujeto de la propia acción, y no simplemente narradas, mencionadas o ilustradas por alguien más. Por lo tanto, el carácter abstracto y formal, como características del pensamiento matemático, son producto de un largo proceso de realización de acciones en diversos planos que anteceden al plano interno o plano mental (TALIZINA, 2009; GALPERIN, 1996; 2012).

Davídov (1988) y Galperin (1969) consideran que el principal objetivo de las matemáticas escolares es lograr la comprensión del concepto de número en los alumnos. Para que este concepto pueda ser reflejado por parte de los alumnos, éste debe establecerse no como un postulado, concepto absoluto o fórmula, sino como un concepto relativo y ser producto de las acciones de los alumnos. Necesariamente, este concepto debe ser comprendido como resultado de la relación entre una magnitud y una medida. La óptima acción que pueda garantizar el logro de este objetivo debe ser la acción de medición. El trabajo con la medida permite introducir el concepto de unidad, es decir, de la relación de aquello que se mide con lo que es su medida. Además, para ser la unidad, la medida debe ser tomada una sola vez durante la medición. En otras palabras, la unidad es una medida tomada una sola vez por sí mismo. Si la magnitud que se mide abarca esta unidad, se obtiene el número uno como resultado de esta medición. Dicha relación puede ser representada en forma simbólica y puede ayudar a orientar a los niños:

1 x 1 = 1, significa que:

1 (una) medida por (x) 1(una) medición realizada es igual (=) a 1(una) unidad.

En todas las demás situaciones, una medida no es suficiente para realizar la medición de una magnitud entera, por lo que es necesario realizar la acción de medición varias veces. Esta relación puede ser expresada en forma simbólica de la siguiente manera:

m x v = M, lo que significa:

m (medida) por x (veces de mediciones) es igual a M (magnitud que se mide).

Es necesario incluir en el programa y realizar, de manera objetal concreta y materializada, diversas acciones de medición para obtener diferentes relaciones entre la medida (unidad), las veces que se realiza la acción de medición y la magnitud que se mide. Además, la medida puede ser menor, igual o mayor a la magnitud que se mide. Todas estas relaciones y posibilidades deben ser reflejadas en la conciencia de los alumnos. Esto significa que estas se realizan, no de manera empírica o caótica, sino que son dirigidas y planeadas por el pedagogo, quien propone los ejemplos necesarios y pertinentes y sugiere todas las comparaciones. El pedagogo señala con su lenguaje todas las relaciones teóricas entre las unidades, las mediciones y las magnitudes.

La inclusión de idea de unidad junto con la medida permite formar gradualmente todo el sistema numérico decimal, considerando a la decena como nueva medida, en la cual la medida anterior (unidad) se incluye (*cabe*) diez veces. De manera similar se introducen otras unidades (medidas) y clases (posicionales). La inclusión del sistema numérico decimal permite trabajar de inmediato con las operaciones de suma y resta. Sobre la base del concepto de la medida se puede iniciar también la multiplicación.

Desde el punto de vista de la medición, lo que se multiplica (la base de multiplicación) participa como una medida específica y se retoma cierta cantidad de veces; es decir, se repite la misma medida ciertas veces para obtener una magnitud determinada. Dichas relaciones pueden ser expresadas en forma del mismo esquema, solo que la cantidad de veces aumenta sucesivamente:

m x v (1, 2, ….10) = M

En la tabla de multiplicación también crece sucesivamente de 1 a 10. Se puede obtener el esquema siguiente:

m (1, 2, …..10) x v ((1, 2, …..10) = M.

Los niños pueden elaborar y obtener todos los resultados de la tabla de multiplicación por ellos mismos, en lugar de memorizarla mecánicamente.

Por su parte, la división puede ser obtenida como la cantidad de veces que se desconoce y se busca ante el conocimiento de la magnitud y la medida (SOLOVIEVA, 2011; SALMINA, 2001). De igual manera se pueden elaborar los esquemas conceptuales en estos casos como:

M / m = v, lo que significa:

M (magnitud o resultado de la tabla de multiplicación) / m (base de multiplicación) = v (cantidad de veces que se utiliza para la medición).

M (datos de la tabla) / m (1, 2…10) = v (1, 2…10)

Trabajando con dichos esquemas orientadores simbólicos (SALMINA, 1981; SOLOVIEVA, ROSAS, QUINTANAR y GARCÍA, 2013), los niños pueden elaborar y obtener todos los resultados de las divisiones con unidades decimales, en parejas o en grupos, bajo la guía del pedagogo.

2. Principios básicos para la formación de las acciones de multiplicación y división

A partir de las premisas expuestas, se elaboró y se organizó un método de formación de la acción de multiplicación y división para el segundo grado de primaria. Las tareas específicas se realizaron en los planos perceptivo y verbal externo (escritura). La enseñanza se realizó en un colegio particular de educación básica en el estado de Puebla, México. En dicho colegio, el proceso de enseñanza-aprendizaje se basa en la teoría de la actividad para todas las materias escolares. En este sentido cabe señalar que el grupo experimental de alumnos ya contaba con el concepto de número y sistema numérico decimal previamente conformado (ROSAS, SOLOVIEVA, GARCÍA y QUINTANAR, 2013). Partiendo de este hecho, se aplicó una evaluación con tareas relacionadas con el uso de la medida (dentro del sistema numérico decimal) para confirmar que los alumnos ya contaban con las habilidades previas a las acciones de multiplicación y división. Posteriormente, se inició el proceso de enseñanza-aprendizaje, dirigido a la formación de las acciones conceptuales de multiplicación y división. Se realizaron 24 sesiones educativas de una hora de duración, tres veces por semana a lo largo de un ciclo escolar.

A continuación se describen las tareas que conformaron el contenido del método de enseñanza-aprendizaje dirigido.

2.1 La multiplicación como ecuación

Como ya hemos referido, los alumnos habían asimilado las acciones de medición y comparación de las magnitudes que fueron medidas, además de representar simbólicamente estas relaciones (SOLOVIEVA, ROSAS, QUINTANAR & GARCÍA, 2013), lo cual significa que identificaban correctamente los elementos de la medida: Magnitud (M), objeto que se mide; medida (m), objeto con lo que se mide; y cantidad de veces que se utiliza la medida (v). Además, los alumnos sabían operar con los números obtenidos a partir de la medición realizada; es decir, podían aumentar (sumar) y disminuir (restar), de acuerdo a las situaciones problemáticas planteadas en el mundo de los objetos e imágenes. Por estas razones, el objetivo del curso consistía en mostrar a los alumnos las relaciones existentes entre los componentes de la acción de medición y así, de manera gradual, formar la acción de multiplicación y división.

La primera tarea consistió en mostrar las relaciones que existen entre la medida (m) y la cantidad de veces (v) para encontrar el valor de la Magnitud (M). Esta acción implica un aumento de una medida (m) *n* veces indicada (v). Se estableció con la siguiente formula: M = m x v. Se les explicó a los alumnos que es posible conocer el número de la M si conocemos la medida y la cantidad de veces que se utilizó. Posteriormente se diseñó con los alumnos la tarjeta de la operación de multiplicación (ver figura 1).

Tarjeta para la operación de Multiplicación:

Requisito: Encontrar el número de la Magnitud (M). Conocer la medida y la cantidad de veces que se utilizó dicha medida.

Formula de la Multiplicación:

Magnitud (M)= medida (m) x cantidad de veces que se utilizó la medida (v)

Figura 1. Tarjeta para la multiplicación

En las sesiones educativas se propusieron diversos ejercicios con diferentes variantes (ejercicios con datos correctos, datos repetidos y datos erróneos). Se les pedía a los alumnos subrayar con color azul los datos conocidos y con color rojo los datos desconocidos en los ejercicios; posteriormente con esos datos identificaban la operación que se les solicitaba y resolvían.

Yolanda Rosas Rivera
Yulia Solovieva
Luis Quintanar Rojas

La figura 2 muestra un ejercicio con datos correctos. Los alumnos identificaban la medida (30), aumentaban la cantidad de veces indicada (4), escribían el valor posicional de cada digito y operaban de forma vertical.

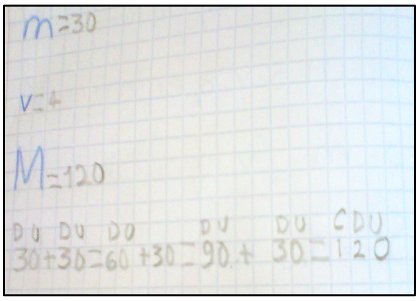


Figura 2. Ejercicio de multiplicación como ecuación

La formación de la acción de medición y del sistema numérico a partir de estas acciones permitió a los alumnos realizar diversas multiplicaciones con decenas (figura 3) y centenas (figura 4). Así es como se formó la necesidad de hacer tablas de multiplicar para realizar operaciones más rápidas y automatizadas.

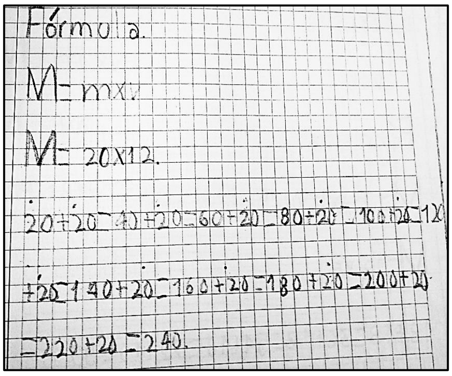


Figura 3. Ejercicio de multiplicación de decenas

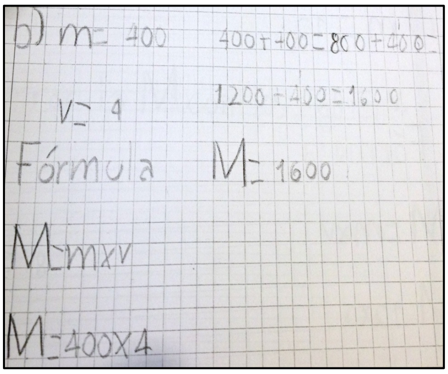


Figura 4. Ejercicio de multiplicación de centenas

En la siguiente figura (5) se muestra un ejercicio con datos incorrectos; la medida se repite y la cantidad de veces no se indica. Los alumnos identificaron correctamente que el ejercicio no implicaba una multiplicación; sin embargo, uno de ellos mencionó que aunque era posible sumar las medidas no podían multiplicar porque no tenían el otro dato (v); como consecuencia de su reflexión el alumno escribe: "no hay solución porque no tengo la cantidad de veces".

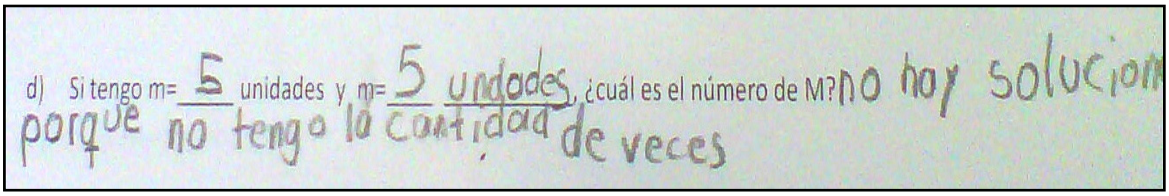


Figura 5. Ejercicio de multiplicación como ecuación con datos incompletos

Otros ejercicios consistían en plantear los datos mediante enunciados y pedir a los alumnos que propusieran los valores de cada elemento. En la siguiente figura (6) se muestra un ejemplo de dicha dinámica.

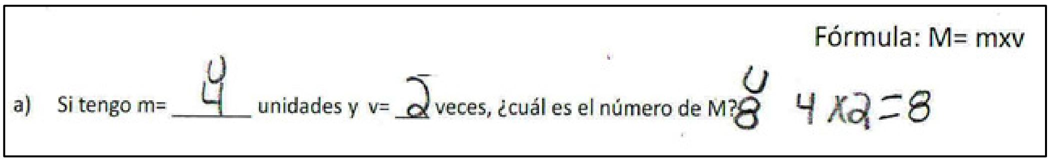


Figura 6. Ejercicio con elaboración de datos por los alumnos

Al final del proceso de enseñanza-aprendizaje se realizaron y se organizaron las tablas de multiplicación, así como la enseñanza de su propio algoritmo de acuerdo a los esquemas simbólicos elaborados. Al mismo tiempo, se implementó el algoritmo formal, debido a que la SEP (2012) lo solicita en su programa de estudios de forma obligatoria. Los alumnos ya conocían los elementos esenciales de la multiplicación, por lo que solo se les ayudó a orientarse en el algoritmo. Se les mostró a los alumnos que se tenían que colocar los resultados obtenidos con ayuda del esquema simbólico que ya tenían. A partir de la comprensión del aumento de cada medida *n* veces indicadas, bastaron solo algunos ejemplos para que los alumnos asimilaran el algoritmo. En forma de apoyo externo los alumnos, bajo la guía del pedagogo, escribían el valor posicional de cada dígito.

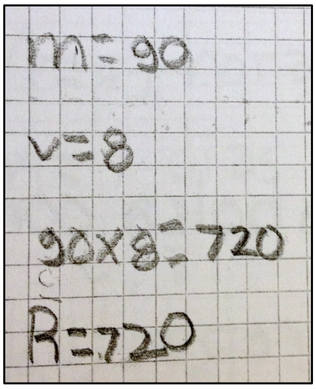
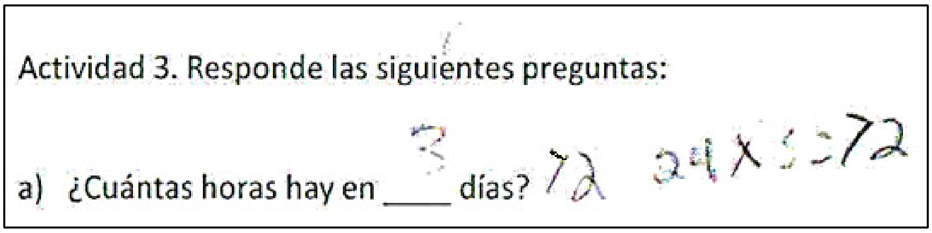


Figura 7. Uso del algoritmo de la multiplicación

Además, se implementó la conversión de diversas medidas utilizadas por los alumnos. En la siguiente figura (8) se muestra un ejemplo de esta conversión. Los alumnos identificaban la medida (en este caso, fue la medida de tiempo *24 horas*) y la aumentaban de acuerdo a la indicación (por *3 días*). Como se esperó, los alumnos no mecanizaron la asociación del elemento de la multiplicación con el nombre asignado; es decir, en este ejercicio no se les pedía identificar la operación con su nombre (multiplicación), ni se daban los componentes de forma directa (medida, cantidad de veces, magnitud). Se trabajaba en forma de preguntas creativas e interesantes que ellos tenían que contestar con ayuda de sus esquemas simbólicos y las relaciones entre los componentes de los problemas. En todas las ocasiones, los alumnos identificaron correctamente los elementos dados y faltantes y resolvían correctamente los problemas.


Actividad 3. Responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuántas horas hay en 3 días? 72 24x3=72

. Figura 8. Uso de la multiplicación en la conversión de medidas

2.2 La división como ecuación

Posteriormente se mostró la relación que existe entre la Magnitud (M) y la medida (m) para encontrar la cantidad de veces que se utilizó la medida (v). Esta relación de obtención de las veces de realización de la medición representa el sentido matemático de la división, la cual requiere de la *división* o de un despliegue de una Magnitud (M) de acuerdo a las medidas (m) utilizadas para su medición. De esta manera se busca lo desconocido: la cantidad de veces o el resultado de la división.

Inicialmente se elaboró, junto con los alumnos, la tarjeta de orientación para la operación de la división (figura 9) con sus elementos esenciales. Posteriormente, a los alumnos se les daban ejercicios por escrito con diferentes condiciones (con datos correctos, repetidos e incorrectos). Como en el caso de la multiplicación, se les pedía a los alumnos subrayar con color azul los datos conocidos y con color rojo los datos desconocidos. Después identificaban las operaciones que se les solicitaban, las cuales se resolvían con éxito.

Tarjeta para la operación de División:

Requisito: Encontrar la cantidad de veces que se utilizó la medida (v). Conocer la medida y la magnitud (M).

Formula de la División:

cantidad de veces (v)= Magnitud (M) ÷ medida (m)

Figura 9. Tarjeta para la operación de división

En la siguiente figura (10) se muestran ejercicios con datos completos e incompletos. Los alumnos identificaban nuevamente de qué operación se trataba. En el primer caso (ejercicio C), los alumnos mencionaron que no era posible resolverlo con división, debido a que no conocían el valor de la magnitud. En el ejercicio D, los alumnos se orientaban correctamente en los datos y sin importar el orden en el que estos datos fueran dados, realizaban la disminución solicitada (despliegue de la magnitud) y contestaban correctamente a la pregunta del ejemplo.

C. Tengo m= 5, tengo m= 10, v= 2, ¿Cuántas veces se utilizó la medida? No es Division

M=
m= 10 ,5
V= 2

D. Tengo m= 2, tengo M= 8, ¿cuántas veces se utilizó la medida? División

V= ¿?
m= 2 0
M= 8 0 8-2=6-2=4-2=2-2=0
v=4 veces

Figura 10. Ejercicio con datos completos e incorrectos

El mostrar los pasos necesarios para la solución de los ejemplos, les permitía a los alumnos operar con medidas mayores a unidades. El siguiente ejemplo muestra la operación de división "*50 entre 7*"; en este caso el alumno escribe los datos y realiza la operación (figura 11).

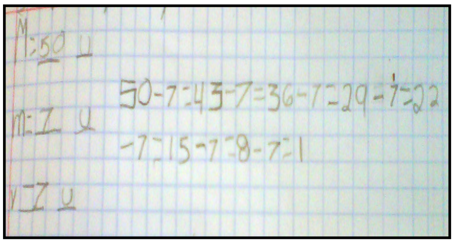


Figura 11. Ejercicios de división como ecuación

Al igual que en el caso de la operación de multiplicación, se proporcionaban situaciones problemáticas con diversas medidas (tiempo, longitud, volumen) y nuevamente los alumnos identificaban los datos correctamente. En la figura 12 se muestra un ejemplo con medida de tiempo y su solución correcta.

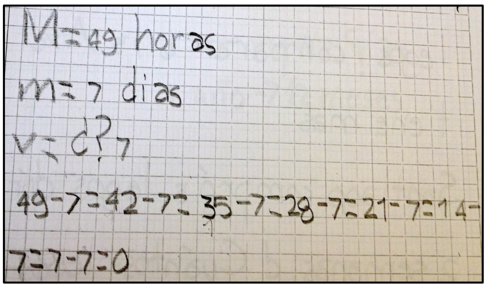


Figura 12. Ejercicio de división con medidas de tempo

Finalmente se elaboraron las tablas con resultados de la acción de división y se enseñó su algoritmo formal. Debido a que los alumnos conocían los elementos invariantes de la división, solo se requirió ordenar dichos elementos en el algoritmo: divisor (medida), dividendo (magnitud) y cociente (cantidad de veces). Los alumnos requirieron de la explicación con ayuda de dos ejercicios para asimilar dicho procedimiento. En las siguientes figuras (13 y 14) se muestra un ejemplo.

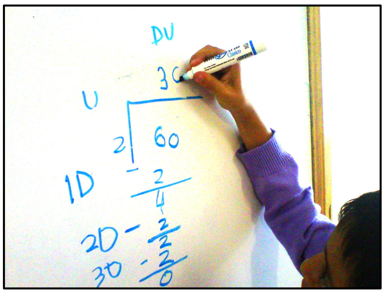


Figura 13. Uso del algoritmo de la división

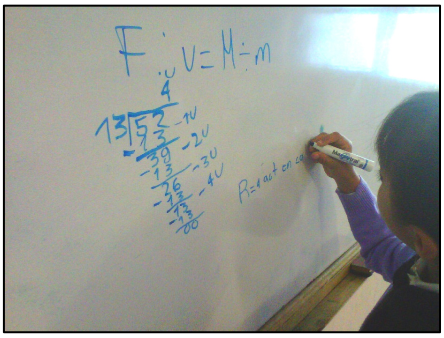


Figura 14. Solución de divisiones con medidas de decenas

Finalmente, en las sesiones educativas se incluyeron problemas aritméticos de multiplicación y división, para lo cual se organizó otro método específico de formación de habilidades para la solución de problemas aritméticos. No obstante que no se describirá dicho método en el contexto de este artículo, es importante mencionar que los alumnos identificaban las operaciones de multiplicación y división y resolvían correctamente los problemas con el contenido temático. En las siguientes figuras (15 y 16) se muestran ejemplos relacionados con el uso de las operaciones de multiplicación y división para la solución de un problema temático.

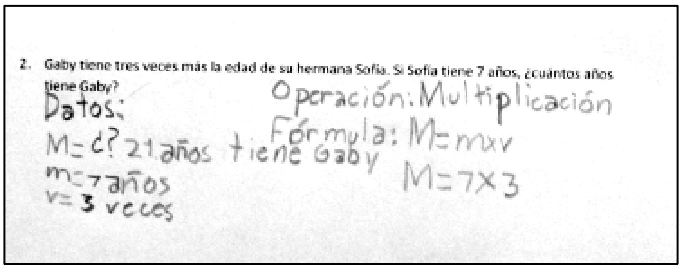
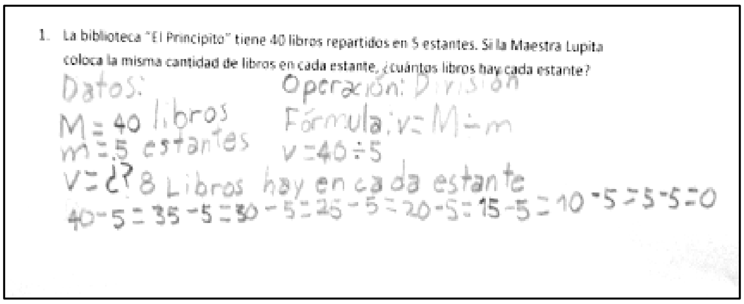


Figura 15. Solución de problemas de multiplicación



1. La biblioteca "El Principito" tiene 40 libros repartidos en 5 estantes. Si la Maestra Lupita coloca la misma cantidad de libros en cada estante, ¿cuántos libros hay cada estante?

Datos: Operación: División
M = 40 libros Fórmula: v= M ÷ m
m = 5 estantes v = 40 ÷ 5
v = ¿? 8 Libros hay en cada estante
40-5=35-5=30-5=25-5=20-5=15-5=10-5=5-5=0

Figura 16. Solución de problemas de división

Discusión y conclusiones

El método expuesto constituye un ejemplo pedagógico y psicológico real del uso de la metodología de la teoría de la actividad aplicada a la enseñanza en una situación concreta de aprendizaje escolar (DAVIDOV, 1997; 2008). Hemos mostrado que la organización de las habilidades y conocimientos matemáticos básicos garantizan la asimilación de las operaciones aritméticas. Específicamente se enfatiza la importancia de la acción de medición y el concepto de sistema numérico decimal. Además, se comprueba la idea de los autores del enfoque histórico-cultural (V.V. Davidov, P.Ya. Galpeirn, N.F. Talizina) acerca de la unidad que existe entre el concepto y las acciones reales con este mismo concepto; en otras palabras, el *concepto sin acción es vacío, mientras que la acción sin concepto es ciega*.

Nuestra experiencia muestra que el hecho de presentar problemas con condiciones faltantes facilita la adquisición de la reflexión razonable y sensata de las acciones propias con el contenido numérico. Estas eran precisamente las exigencias que Galperin (1998) ponía a las características deseables de las acciones que se deben formar en los alumnos. La reflexión y la racionalidad de las acciones no surgen por sí mismas en una edad particular, como Piaget (1954) consideraba, sino que resulta de acciones pedagógicas igualmente reflexivas acerca del contenido y la forma de presentación de las tareas durante el proceso formativo.

En nuestro estudio se enfatiza la necesidad educativa de mostrar las relaciones objetales que existen entre los componentes esenciales de la acción de medición. Esto permite formar las operaciones aritméticas como un sistema y no fragmentarlo en operaciones empíricas repetitivas a lo largo de la enseñanza básica. Nuestros resultados muestran que un ciclo escolar permite la formación de las cuatro acciones y operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación y división). Nuestros alumnos identifican y resuelven correctamente diversos ejercicios (operaciones, conversión de medidas, solución de problemas) que implican dichas operaciones, además de explicar los procedimientos que realizan. Al mismo tiempo, los alumnos pueden hacer frente a situaciones novedosas y poco claras con datos faltantes o erróneos en las tareas y en los ejercicios.

Es importante señalar que a pesar de que los niños actuaban con objetos todo el tiempo, se formaban en ellos las acciones teóricas específicamente matemáticas. Utilizando los objetos y realizando las acciones de medición, los niños se orientaban no en los objetos como en *cosas físicas*, sino en las relaciones que existen entre los objetos y que son esenciales desde el punto de vista de las matemáticas. Ante los ojos de los niños, de manera involuntaria, se encontró el *objeto de estudio*, en lugar del objeto físico. Esto significa que los niños comenzaron a ver a los objetos a través de los *ojos de las matemáticas*. Con nuestra experiencia cumplimos las exigencias y las esperanzas de P. Ya. Galperin de que la conciencia teórica se forma, no a través de la contemplación de los objetos, sino por medio de la realización de las acciones teóricas basadas en una orientación esencial para la materia (GALPERIN, 1998).

A diferencia de otros programas escolares que inician la enseñanza de dichas operaciones con los algoritmos formales y la terminan con la memorización mecánica de estos mismos algoritmos, proponemos orientar a los alumnos en la identificación de los elementos matemáticos invariantes, para posteriormente elaborar creativamente los algoritmos formales de manera conjunta.

Finalmente, queremos compartir con los lectores que nuestros alumnos, encontrándose en el tercer grado de primaria, obtuvieron el primer lugar en la zona de la ciudad de Puebla y el tercer lugar en todo el estado en la prueba oficial de la SEP (ENLACE). Nuestro método no está dirigido a entrenar ni a preparar a los niños para las pruebas o concursos y, a pesar de ellos, incluso se ha mostrado (con datos estadísticos oficiales), que la formación de las acciones teóricas es útil en la práctica y permite ganar lugares en concursos oficiales.

Referências bibliográficas

BUTTO, C. Y GÓMEZ, L. M. **Las representaciones del sistema numérico decimal indo-arábigo en niños de primer grado de primaria**. En: XIX CONGRESO MEXICANO DE PSICOLOGÍA. CANCÚN CENTER, MÉXICO, 2011.

DAVÍDOV, V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscú: Progreso, 1988.

________. **La teoría de la enseñanza que conduce al desarrollo**. Moscú: INTER, 1996.

________. **Sesiones de psicología general**. Moscú: Academia, 2008.

________. ***Tipos de generalización y la enseñanza.*** Moscú: Sociedad Pedagógica de Rusia, 2000.

________. ***Últimas conferencias.*** Moscú: Experimento, 1997.

DAVÍDOV, V. Y; MÁRKOVA, A. **La concepción de la actividad de estudio de los escolares**. *Cuadernos de psicología*, no. 6, 1981.

ENLACE. Evaluación Nacional de Logro Académico de Centros Escolares. México: SEP, 2013. Disponible en: <http://www.enlace.sep.gob.mx/content/gr/docs/2013/historico/00_EB_2013.pdf>. Consultado el 20 de Septiembre de 2013.

ESPINOZA, L.; BARBÉ, J. Y GALVÉZ, G. **Limitaciones en el desarrollo de la actividad matemática en la escuela básica**: el caso de la aritmética escolar. Estudios pedagógicos, volumen 1, No. 37, 2011.

GALPERIN, P. **Sobre la investigación del desarrollo intelectual del niño**. Cuestiones de psicología/1969, 1.

GALPERIN, P.Ya. Actividad psicológica como ciencia objetiva. Moscú: Instituto de Ciencias Pedagógicas y Sociales, 1998.

_________. El método de “cortes” y el método de la formación por etapas en el estudio del pensamiento infantil. En: BURMENSKAYA, G.V. (Ed.) **Compilación sobre psicología infantil**. Moscú: Instituto de Psicología Práctica, 1996.

________. Sobre la formación de los conceptos y de las acciones mentales. En: QUINTANAR, L. Y SOLOVIEVA, YU. (Comp.) **La formación de las funciones psicológicas durante el desarrollo del niño**. México: Trillas, 2012.

FERNÁNDEZ, J. **La enseñanza de la multiplicación aritmética**: una barrera epistemológica. Revista Ibeoroamericana de Educación/ 2007, No. 43, p. 119-130.

FIGUEROA, R.; UTRIA, C.; COLPAS, R. Y AURAJO, A. Estudio exploratorio de las interacciones mentales de los estudiantes de sexto grado sobre el entendimiento del concepto de multiplicación. **Revista educación y pedagogía**/2005, volumen 17, no. 43, p. 111-124.

LÁZARO, E., SOLOVIEVA, Yu., QUINTANAR, L. Premisas psicológicas para la adquisición del cálculo. En: SÁNCHEZ, J. Y ESCOTTO, A. **Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas**: factores neuropsicológicos, afectivos y socio epistemológicos. México: UNAM, 2013.

PIAGET, J. **The construction of reality in the child**. New York: Basic Books, 1954.

PIAGET, J. **The origins of intelligence in the child**. New York: Norton, 1952.

RODRIGUEZ, P.; LAGO, M.; CABALLERO, S.; DOPICIO, S.; JIMÉNEZ, L. Y SOLBES, I. El desarrollo de las estrategias infantiles. Un estudio sobre el razonamiento aditivo y multiplicativo. **Anales de Psicología**/2008, volumen 2, no. 24, p. 240-252.

ROSAS, Y.; SOLOVIEVA, Y.; GARCÍA, M.A. Y QUINTANAR, L. Formation of concept of decimal system in Mexican School children. **Clinical Psychology and Special Education**/2013, no. 1.

SALMINA, N.G. **Tipos y funciones de la materialización en la enseñanza***.* Moscú: Universidad Estatal de Moscú, 1981.

SALMINA, N. **La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria**. En TALIZINA, N. La formación de las habilidades del pensamiento matemático. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2001.

SALMINA, N.G. y FILIMONOVA, O.G. **Problemas de aprendizaje de las matemáticas básicas y su corrección**. Puebla: Ed. Instituto Universitario de estudios avanzados, 2010.

SÁNCHEZ, E. Y LLINARES, S. **Didáctica de las matemáticas y el profesor de los niveles básicos**. En: SEP. Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares. Casos y perspectivas. México: SEP, 2011.

SEP. **Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares**. Casos y perspectivas. México: SEP, 2011.

SOLOVIEVA, Y.; ROSAS, Y.; QUINTANAR, L. y GARCÍA, M.A. Symbolic Representation for Introduction of Concept of Decimal System in Mexican School Children. **International Education Studies**/2013, volumen 6, no. 10, p103-111.

__________. Concepto de número. En: TALLER IMPARTIDO EN COLEGIO KEPLER, PUEBLA, 2011.

___________; ORTIZ, G.; Y QUINTANAR, L. **Formación de conceptos numéricos iniciales en una población de niños mexicanos**. Cultura y educación/ 2010, volumen 2, no. 20.

TALIZINA, T.; SOLOVIEVA, Y. Y QUINTANAR, L. La aproximación de la actividad en psicología y su relación con el enfoque histórico-cultural de L. S. Vygotsky. **Novedades educativas**/ 2010, no. 230, p. 4-8.

___________. **Teoría de la actividad aplicada a la enseñanza**. México: BUAP, 2009.
TALIZINA, T.; SOLOVIEVA, Y. Y QUINTANAR, L. **La formación de las habilidades del pensamiento matemático**. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2001.

URIBE, C. Aproximación cognoscitiva: intervención en las dificultades de aprendizaje. En: ESLAVA, J.; MEJÍA, L.; QUINTANAR, L. Y SOLOVIEVA, Y. **Los trastornos del aprendizaje. Perspectivas neuropsicológicas**. Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio, 2008.

ZÁRRAGA, S., QUINTANAR, L., GARCÍA, M., y SOLOVIEVA, Yu. Formación de las habilidades matemáticas básicas en preescolares mayores de una comunidad suburbana. **Revista Educacao e Filosofia**. 26 (157-178), 2012.

RECEBIDO EM 29 DE OUTUBRO DE 2013.

APROVADO EM 21 DE FEVEREIRO DE 2014.