

ESTRATÉGIA MISTA DA TEORIA DOS JOGOS: FORMAÇÃO DE RANKING EMPRESARIAL

MIXED STRATEGY GAME THEORY: FORMATION OF BUSINESS RANKING

ESTRATEGIA MISTA DE LA TEORÍA DE LOS JUEGOS: FORMACIÓN DE RANKING DE EMPRESAS

Alini da Silva

Mestranda em Ciências Contábeis na Universidade Regional de Blumenau
Endereço: R. Antônio da Veiga, n. 140, Victor Konder, CEP: 89012-900. Blumenau, SC, Brasil
Telefone: (47) 3321-0200
E-mail: alinicont@gmail.com

Caroline Sulzbach Pletsch

Mestranda em Ciências Contábeis na Universidade Regional de Blumenau
Endereço: R. Antônio da Veiga, n. 140, Victor Konder, CEP: 89012-900. Blumenau, SC, Brasil
Telefone: (47) 3321-0200
E-mail: carol_spletsch@yahoo.com.br

Nelson Hein

Professor do Programa de Pós Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Regional de Blumenau
Pós-Doutorado pelo IMPA e pela Anderson School of Management da Universidade do Novo México (EUA)
Endereço: R. Antônio da Veiga, n. 140, Victor Konder, CEP: 89012-900. Blumenau, SC, Brasil
Telefone: (47) 3321-0693
E-mail: hein@furb.br

Adriana Kroenke

Professora do Departamento de Matemática Universidade Regional de Blumenau
Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia pela Universidade Federal do Paraná, UFPR
Endereço: R. Antônio da Veiga, n. 140, Victor Konder, CEP: 89012-900. Blumenau, SC, Brasil
Telefone: (47) 3321-0200
E-mail: didlen@terra.com.br

Artigo recebido em 20/03/2014. Revisado por pares em 31/03/2014. Reformulado em 02/12/2015. Recomendado para publicação em 22/02/2015 por Ademar Dutra (Editor Científico). Publicado em 30/04/2015. Avaliado pelo Sistema *double blind review*.



RESUMO

O objetivo deste estudo foi verificar o ranking das empresas de telecomunicações e de seus indicadores econômicos financeiros utilizando a estratégia mista da teoria dos jogos. Também se utilizou a correlação de Kendall para verificar alternância de posições no ranking das empresas e dos indicadores. Trata-se de um estudo descritivo, documental e quantitativo. Os dados foram coletados na base de dados *Economática*. Os resultados evidenciaram que houve pouca alternância das posições das empresas, representando correlação significativa. A correlação dos indicadores foi forte e significativa, por ter pouca alternância de posições. Os indicadores ROI, liquidez geral e liquidez corrente apresentaram-se como principais oponentes das empresas, uma vez que possuem importantes informações econômico-financeiras, podendo comprometer o desempenho das empresas no mercado ao não possuírem bons valores.

Palavras-chave: Teoria dos jogos; Estratégias mistas; Ranking; Desempenho econômico-financeiro.

ABSTRACT

The aim of this study was to determine the ranking of telecommunication companies and their financial economic indicators using the mixed strategy game theory companies. We also used the Kendall correlation to verify alternation of positions in the ranking of companies and indicators. This is a descriptive, document and quantitative study. The data were collected from the *Economática* data base. The results showed that there were little alternating the positions of companies, representing no significant correlation. The correlation of indicators was high and significant because there were little change of positions. The general liquidity indicators, ROI and current liquidity presented themselves as the main opponents of the companies, because they have significant financial economic information, compromising the performance of companies on the market and do not have good values.

Keywords: Game Theory; Mixed strategies; Ranking; Financial and economic performance.

RESUMEN

El objetivo de este estudio fue verificar el ranking de las empresas de telecomunicaciones y de sus indicadores económico-financieros utilizando la estrategia mista de la teoría de los juegos. También fue utilizada la correlación de Kendall para verificar alternancia de posiciones en el ranking de las empresas y de los indicadores. Este es un estudio descriptivo, documental y cuantitativo. Los datos fueran cogidos en la base de datos *Economática*. Los resultados apuntan que hubo poca alternancia de posiciones de empresas, representando correlación significativa. La correlación de los indicadores fue fuerte y significativa por tener poca alternancia de posiciones. Los indicadores ROI, liquidez general y liquidez corriente se presentaron como principales oponentes de las empresas, una vez que poseen importantes informaciones económico-financieras, lo que puede comprometer el desempeño de las empresas en el mercado porque no poseen buenos valores.

Palabras-clave: Teoría de los juegos; Estrategias mistas; Ranking; Desempeño económico-financiero.

1 INTRODUÇÃO

A teoria dos jogos, ao longo dos anos, vem compreendendo diversas áreas, tanto matemática, econômica quanto social. Para Abbade (2009), a teoria dos jogos engloba problemas de decisão de seus participantes ou jogadores, a possível previsão dos comportamentos destes, e os resultados a serem alcançados.

Um jogo, segundo Fiani (2006, p. 12) pode ser analisado como “situações que envolvam interações entre agentes racionais que se comportam estrategicamente [...]”. Acrescenta, ainda, que em um jogo, os jogadores consideram, em suas decisões, os efeitos destas nos demais jogadores, bem como a reação dos mesmos quanto a esta decisão.

De acordo com Myerson (2013), a teoria dos jogos fornece técnicas matemáticas para análise de decisões que duas ou mais pessoas tomam, e que influenciam o bem estar do outro indivíduo. Trata-se de modelos matemáticos de conflito e interação entre decisões estratégicas.

A teoria dos jogos, no contexto empresarial, tem como finalidade demonstrar aos gestores como melhorar o relacionamento com os usuários externos (LOZANO, 2011). Desta forma, os indicadores econômico-financeiros são importantes para a melhora do relacionamento entre os usuários externos e a empresa, por repassar informações sobre o desempenho da mesma. Assim, a organização apresenta-se como única jogadora, e seu oponente é a natureza, considerados os indicadores econômico-financeiros.

Neste contexto, surgiu a seguinte questão de pesquisa: Qual o ranking das empresas de telecomunicações e de seus indicadores econômico-financeiros, utilizando-se a estratégia mista da teoria dos jogos? Para responder esta questão, o estudo teve como objetivo verificar o ranking das empresas de telecomunicações e de seus indicadores econômico-financeiros utilizando a estratégia mista da teoria dos jogos.

Silva e Cordeiro Filho (2010); Alencar *et al.* (2010); Kreuzberg (2013); Kroenke *et al.* (2013) utilizaram a teoria dos jogos em suas pesquisas. Silva e Cordeiro Filho (2010) verificaram a aplicação de conceitos da teoria dos jogos nos principais periódicos internacionais da área Contábil, no período de 2005 a 2009. Concluíram que há ausência de

pesquisas em Contabilidade utilizando a teoria dos jogos, o que indica a oportunidade para novas pesquisas.

Alencar *et al.* (2010) analisaram os processos de tomada de decisão estratégica de nível corporativo que resultou na fusão da Sadia com a Perdigão, por meio da teoria dos jogos. Os resultados demonstram que havia dois jogos diferentes, um contra a fusão e outro a favor, permitindo, ainda, observar a lógica das decisões e sua racionalidade, que em ambas as situações a realidade foi coerente com a teoria, ou vice versa.

No estudo de Kroenke *et al.* (2013) foram identificados os artigos publicados em eventos científicos na área da Administração e Contabilidade, no período de 2007 a 2012, referentes à teoria dos jogos. Foi concluído, com base nos artigos analisados, que há poucos estudos sobre a teoria dos jogos na área de Administração e Contabilidade; todavia, há crescente interesse de pesquisadores sobre o tema.

Kreuzberg (2013) utilizou a estratégia mista da teoria dos jogos para realizar um cenário contra a natureza entre empresas e seus indicadores econômicos e sociais. Os resultados mostraram que os indicadores de rentabilidade e de mercado são os que proporcionam maiores ganhos para as empresas, e são os mais perigosos, conforme a teoria dos jogos.

O presente estudo justifica-se pelo motivo de que há poucos estudos na área contábil envolvendo a teoria dos jogos, tornando-se válidos outros estudos para aprofundar o conhecimento desta teoria. Destaca-se a importância de estratégias da teoria dos jogos no meio empresarial, vista sua amplitude racional em tomadas de decisões, auxiliando o gestor em escolhas mais acertadas e que também se baseiam em estratégias de seu oponente.

2 TEORIA DOS JOGOS E ESTRATÉGIAS MISTAS

A teoria dos jogos teve seu início com a publicação do trabalho *Theory of Games and Economic Behavior* (Teoria dos Jogos e Comportamento Econômico), em 1944, pelo matemático John Von Neumann juntamente com o economista Oskar Morgenstern (DAVIS, 1973).

A teoria dos jogos está inserida como um ramo da matemática aplicada que auxilia a tomada de decisão racional em situações (cenários) de conflito. Há indivíduos envolvidos em conflitos que, pela ótica da teoria dos jogos, são os jogadores, que selecionam um conjunto de estratégias para a solução do conflito. Os retornos conflitantes para cada jogador tornam o jogo não cooperativo entre eles; todavia, há jogos em que se verifica a cooperação entre os jogadores para a resolução do conflito (XU *et al.*, 2012).

Para determinar estratégias de causas e consequências em determinado fato, a teoria dos jogos auxilia o jogador, utilizando sua racionalidade humana para determinar suas decisões (MCCAIN, 2008).

Segundo Lins e Calôba (2006), a teoria dos jogos pode ser implantada em determinada estratégia, conflito ou disputa, a fim de se chegar à solução mais ótima possível. Para se alcançar tal solução, pode-se utilizar a estratégia pura ou a estratégia mista.

Os elementos que compõe a formulação de um jogo, em sua forma normal, são os seguintes:

- Um jogo finito de estratégias puras $E_1 = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$, para um jogador I e um conjunto finito de estratégias puras para um jogador II, $E_2 = \{II_1, II_2, \dots, II_n\}$;
- Uma matriz real de ordem $m \times n$, $A = (a_{ij})$. Cada elemento desta matriz a_{ij} é o pagamento para o jogador I quando este elege a estratégia I_i e o jogador II escolhe a estratégia II_j . O pagamento para o jogador, nestas condições, é $-a_{ij}$.

Esta modelagem, guardadas as devidas proporções, é encontrada com simbologia similar nos trabalhos seminais de Blackwell e Girshick (1954), Dresher, Shapley e Tucker (1957), Dresher, Tucker e Wolfe (1964), Gale (1960), Harsanyi (1977), Karlin (1959), Kuhn e Tucker (1950, 1953), Luce e Raiffa (1957), Mc Kinsey (1952), Owen (1968), Parthasarathy e Raghavan (1971), Rapoport (1966, 1970), Shubik (1959, 1980), Tucker e Luce (1959), Von Neumann e Morgenstern (1944, 1953) e Zeleny (1982).

A solução (ou soluções) de um jogo bipessoal de soma-zero pode ser caracterizada mediante as estratégias de segurança (maximin) e com o conceito de ponto de equilíbrio. Ou

seja, ao encontrar o ponto (estratégia ou ponto de equilíbrio) que soluciona o jogo, um dos jogadores irá ganhar e outro perder (maximin).

Em jogos de soma-zero, quando um jogador objetiva maximizar seu pagamento, está tentando minimizar o pagamento de seu oponente, por exemplo. Cada jogador considera o pior resultado que pode conseguir com cada uma de suas estratégias, e depois elege aquela que lhe proporciona o melhor entre os piores resultados. Segundo Hein, Kroenke e Faria (2009), para cada estratégia pura $I_i \in E_1$, o nível de segurança do jogador I é o pagamento que pode ser assegurado com a estratégia, independente das ações do jogador II.

$$v_I(I_i) = \min_j a_{ij}$$

De similar modo: para cada estratégia pura $II_j \in E_2$, o nível de segurança do jogador II é o pagamento que é assegurado com esta estratégia, independentemente das ações do jogador I.

$$v_{II}(II_j) = \max_i a_{ij}$$

Hein, Kroenke e Faria (2009) agregam que o valor minimax (o valor inferior do jogo) do jogador I é:

$$v_I = \max_i v_I(I_i) = \max_i \min_j a_{ij}$$

Uma estratégia de segurança, ou estratégia maximin é a que proporciona, ao jogador, seu valor maximin. O valor minimax (ou valor superior do jogo) do jogador II pode ser entendida conforme abaixo:

$$v_{II} = \min_j v_{II}(II_j) = \min_j \max_i a_{ij}$$

Uma estratégia de segurança, ou estratégia minimax é a que proporciona, ao jogador, seu valor minimax. Singleton e Tyndall (1977) destacam isso por meio de um teorema: para cada jogo matricial da matriz $A = (a_{ij})$ verificam-se:

Os valores v_I e v_{II} são únicos;

Existe ao menos uma estratégia de segurança para cada jogador;

$$v_I \leq v_{II}.$$

Assim, um jogo matricial $A = (a_{ij})$ possui um ponto de sela quando se verifica:

$$v_I = v_{II}$$

Este valor comum denomina-se valor do jogo, e é dado pelo menor elemento de sua linha e o máximo de sua coluna, sendo denotado por V . Um ponto de sela, se existir, terá como pagamento corresponde um par de estratégias de segurança. Estas estratégias, juntamente com o valor do jogo, constituem a solução do jogo.

As estratégias que proporcionam os pontos de sela não têm porque serem únicas. Se existe mais de um par, então, são equivalentes; ou seja, proporcionam o mesmo valor do jogo (V). Entretanto, nem todos os jogos de soma nula possuem um ponto de sela definido por estratégias puras (GROSSMAN, 1992).

Neste caso usam-se estratégias mistas, selecionando aleatoriamente as estratégias, mesclando-as de acordo com alguma distribuição de probabilidades no conjunto de estratégias puras do jogador. Em um jogo, estratégias mistas correspondem a uma distribuição de probabilidades sobre o conjunto de estratégias puras (MANSHAEI *et al.*, 2013).

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa caracteriza-se como um estudo descritivo, documental e quantitativo. Descritivo por descrever a posição das empresas de telecomunicações e de seus indicadores econômicos financeiros nos rankings formados pela estratégia mista da teoria dos jogos. É documental pela busca de informações em bases de dados. A pesquisa é quantitativa ao utilizar métodos estatísticos para o tratamento dos dados.

3.1 POPULAÇÃO E AMOSTRA

A população do presente estudo é composta por 10 empresas que compõem o setor de telecomunicações da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - BM&F

Bovespa. A amostra, por sua vez, compreendeu 9 empresas do setor de telecomunicações, decorrente da disponibilidade de informações na base de dados utilizada.

3.2 COLETA E ANÁLISE DOS DADOS

Os dados foram coletados na base de dados Economática®, onde foram buscados os indicadores econômico-financeiros das empresas analisadas no período de 2008 a 2012, os quais podem ser verificados no quadro 1.

Quadro 1 – Indicadores econômico-financeiros

Indicadores	Descrição	Autores
Liquidez Geral	$(\text{Ativo Circulante} + \text{Ativo não circulante}) / (\text{Passivo Circulante} + \text{Passivo Não Circulante})$	Bezerra e Corrar (2006).
ROI	$\text{Lucro Líquido} / \text{Ativo Total}$	Bastos et al. (2009).
Liquidez Corrente	$\text{Ativo Circulante} / \text{Passivo Circulante}$	Bortoluzzi et al. (2011).
ROE	$\text{Lucro Líquido} / \text{Patrimônio Líquido}$	Bortoluzzi et al. (2011).
Capital de Giro	$\text{Ativo Circulante} - \text{Passivo Circulante}$	Sanvicente e Minardi (1998).
Fluxo de Caixa	$\text{Fluxo de caixa operacional} + \text{Fluxo de Caixa de Investimentos} + \text{Fluxo de Caixa de Financiamento}$	Bastos et al. (2009).
Endividamento	$\text{Endividamento Total} / \text{Patrimônio Líquido}$	Bezerra e Corrar (2006).
ROA	$\text{Lucro Líquido} / \text{Ativo total}$	Bortoluzzi et al. (2011)

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Para a análise dos dados foi utilizada programação linear para a realização da estratégia mista da teoria dos jogos, caso não houvesse a possibilidade da utilização da

estratégia pura, para formar os rankings das empresas de telecomunicações, bem como para verificar os indicadores econômico-financeiros que possuem maior influência no desempenho das organizações.

Kreuzberg (2013) organizou o ranqueamento de um conjunto de empresas, em que a determinação das estratégias mistas serviu como o posicionamento contábil. A versão desenvolvida pelo autor lidou com jogos escalares. Uma estratégia mista, para um jogador, é uma distribuição de probabilidade no conjunto de suas estratégias puras.

Tipicamente um jogador possui n estratégias puras. Uma estratégia mista, para ele, é uma n -upla $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, tal que $\sum_{i=1}^n x_i = 1$, $0 \leq x_i \leq 1$, onde x_i indica a probabilidade com que o jogador selecionará sua i -ésima estratégia pura.

O conjunto de estratégias mistas sempre inclui todas as estratégias puras porque estas últimas podem ser consideradas como um caso especial de estratégia mista, em que a correspondente estratégia pura é jogada com probabilidade um e todas as demais com probabilidade zero.

Seja $A = (a_{ij})$, $1 \leq i \leq n$; $1 \leq j \leq m$ a matriz de pagamentos do jogo. Sejam X e Y os conjuntos de estratégias mistas dos jogadores I e II, respectivamente:

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n / \sum_{i=1}^n x_i = 1; x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n\}$$

$$Y = \{y \in \mathbb{R}^m / \sum_{j=1}^m y_j = 1; y_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, m\}$$

Para analisar o resultado do jogo quando um (ou ambos) jogador(es) utiliza(m) estratégias mistas, pode-se adotar o conceito de valor esperado. Neste caso, a função de pagamentos do jogo é:

$$v(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i a_{ij} y_j; x \in X, y \in Y$$

Onde $v(x, y)$ é o valor esperado em conseguir os pagamentos do jogo com a combinação das estratégias mistas $x \in X$ e $y \in Y$. Para cada estratégia mista $x \in X$, o nível de segurança do jogador I é o valor esperado que pode ser assegurado com essa estratégia, independente das ações do jogador II.

$$v_I(x) = \min_{y \in Y} v(x, y)$$

De similar modo, para cada estratégia mista $y \in Y$, o nível de segurança do jogador II é o valor esperado que pode assegurar com essa estratégia, independente das ações do jogador I.

$$v_{II}(y) = \max_{x \in X} v(x, y)$$

O valor maximin dado pelas estratégias mistas do jogador I é:

$$v_I^M = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} v(x, y)$$

Uma estratégia de segurança, ou estratégia maximin, é a que proporciona ao jogador seu valor maximin, conforme mencionado previamente.

O valor minimax dado pelas estratégias mistas do jogador II é:

$$v_{II}^M = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} v(x, y)$$

De mesmo modo, uma estratégia de segurança ou estratégia minimax é a que proporciona ao jogador seu valor minimax. Em um jogo matricial de soma-zero verificam-se:

Os valores v_I^M e v_{II}^M são únicos;

Existe ao menos uma estratégia mista de segurança para cada jogador;

Os níveis de segurança dados em estratégias puras e mistas verificam: $v_I \leq v_I^M$ e $v_{II} \leq v_{II}^M$.

As estratégias mistas $x^* \in X$ e $y^* \in Y$ são ótimas para os jogadores I e II respectivamente, se:

$$v_I^M = \min_{y \in Y} v(x^*, y) = \min_{y \in Y} x^{*t} Ay$$

$$v_{II}^M = \max_{x \in X} v(x, y^*) = \max_{x \in X} x^t Ay^*$$

O nível de segurança para uma estratégia mista $\hat{x} \in X$ vem dado por $v_I(\hat{x}) = \min_{y \in Y} \hat{x}^t Ay$, cuja valoração pode ser obtida por meio do problema dual anterior:

$$\text{Max } \lambda(\hat{x})$$

$$\text{Sujeito a: } e\lambda(\hat{x}) \leq \hat{x}^t A$$

$$\hat{x} \in X, \lambda(\hat{x}) \in \mathbb{R}$$

Sendo $e = (1, \dots, 1)^t$. As estratégias que proporcionam os melhores níveis de segurança são as que verificam $v_I^M = \max_{x \in X} v_I(x)$. Estas estratégias, assim como o valor do jogo, podem ser obtidos por meio do problema de programação linear:

$$\text{Max } v_I$$

$$\text{Sujeito a: } ev_I \leq x^t A$$

$$x \in X$$

Pode-se assumir o mesmo raciocínio para o jogador II. Ao tratar minimizar seu nível de segurança de forma que limite o outro jogador, chega-se a outro problema de programação linear:

$$\text{Min } v_{II}$$

$$\text{Sujeito a: } Ay \leq v_{II}e$$

$$y \in Y$$

Comparando as duas formulações, verifica-se que são duais com soluções ótimas x^* e y^* . Então $v_I^* = v_{II}^*$, ou seja, as estratégias autolimitam-se. Isto é conhecido pela denominação de Teorema Minimax. Este teorema vem assim enunciado: em todo jogo

bipessoal finito, de soma-zero, existem estratégias ótimas $x^* \in X$, $y^* \in Y$, para cada jogador, e verifica-se $v_I^M = v_{II}^M = v^*$, sendo v^* o valor do jogo.

Este resultado põe de manifesto que as estratégias de segurança ótimas não só otimizam os níveis de segurança de cada jogador, também limitam os pagamentos do oponente. O teorema minimax foi demonstrado por Von Neumann (1928) e, posteriormente, foram elaboradas diversas demonstrações, entre as quais se destaca a de Kakutani (1941), que empregou o teorema do ponto fixo de Brouwer.

Às vezes, as estratégias de um ou mais jogadores estão submetidas a restrições adicionais, dando lugar aos denominados jogos restringidos. Estes tipos de jogos permitem uma formulação mais realista e prática de certos problemas de decisão sob incerteza. Assim, um jogador pode incorporar, ao seu conjunto de estratégias, restrições que representam limitações de recursos, relações técnicas, ou considerar uma possível informação que um jogador possui a respeito da frequência relativa com que seu oponente utiliza suas estratégias.

Charnes (1963) estabeleceu a equivalência entre certos problemas lineares e os jogos matriciais nos quais as estratégias mistas estão submetidas a restrições lineares. Em alguns casos particulares, o conjunto de restrições adicionais pode ser representado em função de seus pontos extremos, o que permite o tratamento do problema em termos de um jogo transformado (FERNÁNDEZ; MONROY; PUERTO, 1998).

Uma das propriedades das estratégias ótimas dos jogos matriciais é que, quando ambos os jogadores as utilizam, nenhum deles se beneficia caso troque para outra estratégia, enquanto, se a mantiver, mantém-se ótima.

Estando os jogadores I e II em suas estratégias ótimas, caso o jogador II siga jogando y^* e o jogador I troque para outra estratégia x , este irá piorar sua situação; ou seja, se o problema for de lucros, este baixará. Se for de custos, estes aumentarão. O mesmo vale para o jogador II, caso este deixe a estratégia y^* e o jogador I se mantenha na estratégia ótima.

As estratégias x^* e y^* formam um ponto de equilíbrio. Um par de estratégias $x^* \in X$ e $y^* \in Y$ é um ponto de equilíbrio para um jogo matricial A se:

$$v(x, y^*) \leq v(x^*, y^*) \leq v(x^*, y), \forall x \in X, \forall y \in Y$$

Ou ainda:

$$x^t Ay \leq x^{*t} Ay \leq x^{*t} Ay \quad \forall x \in X, \forall y \in Y$$

A primeira desigualdade estabelece que x^* é melhor resposta ao jogador I, para a estratégia y^* do jogador II. A segunda estabelece que y^* é a melhor resposta ao jogador II, para a estratégia x^* do jogador I.

É possível a ocorrência de que um jogo matricial tenha mais de um ponto de equilíbrio. Porém, neste caso são equivalentes e podem ser combinados entre si para formar um novo ponto de equilíbrio, proporcionando os mesmos pagamentos.

Em jogos de soma-zero os conceitos de solução, estratégias ótimas e pontos de equilíbrio são equivalentes. Sejam $x^* \in X$ e $y^* \in Y$ um par de estratégias de um jogo matricial, (x^*, y^*) é um ponto de equilíbrio do jogo se, e somente se, (x^*, y^*, v^*) é uma solução do jogo.

Este resultado estabelece que as estratégias ótimas formam pares de estratégias em equilíbrio, e são os únicos pontos de equilíbrio. Este teorema pode ser interpretado em termos de solução de um jogo. Hein *et al.* (2009) afirmam: se um jogo possui mais de uma solução, todas proporcionam o mesmo valor do jogo.

Quando estes resultados são generalizados para jogos de n pessoas, com $n > 2$ ou, ainda, para jogos de soma não-nula, as propriedades das estratégias de equilíbrio em serem equivalentes perdem-se. Assim, um par de estratégias maximin não é necessariamente um par de estratégias em equilíbrio, ou vice-versa. Todos os pontos de equilíbrio não proporcionam, necessariamente, o mesmo pagamento. Portanto, não há um conceito único de solução do jogo.

Outro problema que surge é ligado ao conceito de estratégia mista e sua relevância quando o jogo é jogado uma só vez. Isto deriva do fato de que a noção de pagamento esperado parece aplicável em um jogo repetido várias vezes. Porém, em um jogo que se joga uma só vez, pode não ter sentido escolher uma estratégia de acordo com a distribuição de

probabilidade associada. Contudo, a probabilidade associada a cada estratégia é uma indicação a ser seguida em cenários futuros, e mesmo não existindo sequência no jogo, pode ser interpretada como um esquema de preferências a serem seguidas, em outras palavras, a formação de um *ranking* entre as mesmas.

Neste artigo, as empresas compõem as opções do jogador I, e seus indicadores, as opções do jogador II. O ranqueamento de empresas (primal) e de seus indicadores por meio de jogos escalares foi desenvolvido por Kreuzberg (2013). A análise desenvolvida está inserida no que são denominados jogos matriciais vetoriais, nos quais os pagamentos que os jogadores recebem vêm representados por vetores, no lugar de números reais. Apresenta-se a seguir, na Tabela 1, o cenário do jogo com os indicadores econômico-financeiros do ano de 2008 e as empresas correspondentes, a fim de demonstrar o modelo utilizado nos demais cenários para a realização do *ranking* das empresas. Já para a formação do *ranking* dos indicadores econômico-financeiros, trocou-se a coluna das empresas pelos indicadores, e a coluna dos indicadores pelas empresas.

Tabela 1 – Cenário do jogo para formação do ranking das empresas do ano de 2008

Empresa	ROA	ROE	ROI	Liq_Geral	Liq_Cor	FC	Cap Giro	Endiv.
Embratel Part	4,083	7,259	0,040	0,768	0,894	7,244	6,979	8,687
Jereissati	1,916	6,462	0,002	0,725	1,91	9,181	7,077	8,682
La Fonte Tel	1,302	5,650	-0,006	0,700	1,885	9,257	7,070	8,681
LF Tel	-0,472	-1,914	-0,005	0,711	1,883	9,241	7,069	8,681
Oi	5,818	16,486	0,058	0,886	1,281	9,019	7,055	8,683
Telef Brasil	12,105	24,090	0,121	0,801	1,105	8,981	7,026	8,686
Telemar	3,488	12,552	0,028	0,74	1,842	9,791	7,256	8,682
Inepar Tel	-236,228	8,100	-2,362	0,017	0,062	8,176	7,000	8,565
Tim Part S/A	1,109	2,312	0,011	0,766	0,992	8,751	6,998	8,685

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Com base neste cenário, apresenta-se o modelo aplicado para a formação dos *rankings*. Da mesma forma, foi procedido com os demais anos para a formação dos *rankings* de empresas, e também para a formação dos rankings nos anos de 2008 a 2012 dos indicadores econômicos financeiros.

$$\text{Max } Z = v$$

Sujeito a:

$$4,083x_1 + 1,916x_2 + 1,302x_3 + \dots + 1,109x_9 \geq v$$

$$7,259x_1 + 6,462x_2 + 5,650x_3 + \dots + 2,312x_9 \geq v$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$8,687x_1 + 8,682x_2 + 8,681x_3 + \dots + 8,685x_9 \geq v$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_9 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_9 \geq 0$$

Os resultados do modelo aplicado na forma de problemas de programação linear (PPLs) são apresentados na seção *descrição e análise dos dados*.

Ao final, ainda foi utilizada a correlação de Kendall por meio do programa SPSS®, para verificar se as empresas e os indicadores tiveram alternância em suas posições nos *rankings* (estes se originaram pelas estratégias mistas) dos períodos analisados.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Apresenta-se, nesta seção, a análise do *ranking* das empresas de telecomunicações e dos indicadores econômico-financeiros gerados pela estratégia mista da teoria dos jogos, bem como análise de correlação de Kendall para ambos.

Os resultados do modelo aplicado na forma de problemas de programação linear (PPLs) são apresentados na Tabela 2, a seguir. O *ranking* formado pelo modelo levou ao seguinte posicionamento contábil das empresas investigadas.

Tabela 2 - Ranking das empresas de telecomunicações do ano de 2008

POSIÇÃO	EMPRESA	VARIÁVEL	Z*	ESTRATÉGIA
1ª	Telef Brasil	$x_6 = 1$	0,121	Pura
2ª	Oi	$x_5 = 1$	0,058	Pura
3ª	Embratel Part	$x_1 = 1$	0,04	Pura
4ª	Telemar	$x_7 = 1$	0,028	Pura
5ª	Tim Part S/A	$x_9 = 1$	0,011	Pura
6ª	Jereissati	$x_2 = 1$	0,002	Pura
7ª	La Fonte Tel	$x_3 = 0,663$	0,704	Mista
8ª	LF Tel	$x_4 = 0,755$	0,541	Mista
9ª	Inepar Tel	$x_8 = 1$	0,017	Pura

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

De acordo com a Tabela 2, pode-se observar que a empresa Telef Brasil posicionou-se na 1ª colocação do *ranking*, e a empresa Inepar Tel na última posição em 2008. A programação linear auxiliou no apontamento da estratégia a ser utilizada para ranquear as empresas. Deste modo, percebeu-se que somente a sétima e a oitava posição do *ranking* foram solucionadas pela estratégia mista da teoria dos jogos e as demais puderam ser resolvidas pela estratégia pura; ou seja, pelo ponto de equilíbrio entre as informações de estratégia.

Assim, de acordo com o *ranking* do ano de 2008 das empresas analisadas, realizou-se a mesma operacionalização para os demais anos. Demonstram-se, na Tabela 3, os *rankings* de 2008, 2009, 2010, 2011 e 2012 das empresas de telecomunicações.

Tabela 3 – Ranking das empresas de telecomunicações

Empresa	2008	2009	2010	2011	2012
Telef Brasil	1	1	1	1	1
Oi	2	5	3	5	4
Embratel Part	3	2	4	6	3
Telemar	4	8	5	8	8
Tim Part S/A	5	3	2	3	2
Jereissati	6	4	6	4	5
La Fonte Tel	7	7	8	2	6
LF Tel	8	6	7	7	7
Inepar Tel	9	9	9	9	9

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Observa-se, na tabela 3, a posição que as empresas ocuparam nos *rankings* no período de 2008 a 2012. Nota-se que a empresa Telef Brasil ocupou a primeira posição nos *rankings* dos cinco anos analisados, e a Inepar Tel, a última colocação, também em todos os *rankings* analisados. Constatou-se que as empresas que ocuparam posições no extremo dos *rankings* mantiveram-se constantes. As demais empresas demonstraram alternância nas posições dos *rankings* de 2008 a 2012.

Com o intuito de verificar a alternância significativa das posições das empresas no período analisado, aplicou-se a correlação de Kendall, a qual se apresenta na tabela 4.

Tabela 4 – Correlação do ranking das empresas de telecomunicações

		2008	2009	2010	2011	2012
2008	Correlações de coeficiente	1,000	-	-	-	-

	Sig. (2 extremidades)	-	-	-	-	-
2009	Correlações de coeficiente	0,556*	1,000	-	-	-
	Sig. (2 extremidades)	0,037	-	-	-	-
2010	Correlações de coeficiente	0,778**	0,667*	1,000	-	-
	Sig. (2 extremidades)	0,004	0,012	-	-	-
2011	Correlações de coeficiente	0,333	0,556*	0,444	1,000	-
	Sig. (2 extremidades)	0,211	0,037	0,095	-	-
2012	Correlações de coeficiente	0,611*	0,833**	0,722**	0,611*	1,000
	Sig. (2 extremidades)	0,022	0,002	0,007	0,022	-

** . A correlação é significativa no nível 0,01 (2 extremidades).

* . A correlação é significativa no nível 0,05 (2 extremidades).

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

A tabela 4 demonstra que houve significância nos períodos de análise 2008/2009, 2009/2010 e 2011/2012; ou seja, houve pouca alternância nas posições das empresas nos *rankings*, o que demonstrou correlação significativa entre os períodos. Entretanto, as posições dos *rankings* de 2010/2011 demonstraram elevada alternância, visto a não significância do período. A tabela 5 demonstra o *ranking* dos indicadores econômico-financeiros.

Tabela 5 – *Ranking* dos indicadores econômico-financeiros

Indicadores	2008	2009	2010	2011	2012
ROI	1	1	1	1	1
Liquidez Geral	2	2	3	2	2
Liquidez Corrente	3	3	2	3	3

Capital de Giro	4	4	4	5	5
Endividamento	5	5	5	6	6
Fluxo de Caixa	6	6	6	7	7
ROA	7	7	7	4	4
ROE	8	8	8	8	8

Fonte: Dados da pesquisa (2014)..

Verifica-se, na tabela 5, a posição que os indicadores econômico-financeiros ocuparam nos *rankings* no período de 2008 a 2012. Nota-se que o ROI e o ROE mantiveram-se na primeira e última posição, respectivamente, nos *rankings* dos anos pesquisados. Os demais indicadores sofreram alterações nos *rankings* no período.

Este *ranking* demonstra que os indicadores ROI, liquidez geral e liquidez corrente são os que possuem maior informação econômico-financeira sobre as empresas em análise, visto que ocuparam as três primeiras posições nos *rankings* em todos os anos analisados. Estes indicadores são considerados, também, os principais oponentes no cenário da teoria dos jogos para as empresas, pois, quando não apresentarem bons valores, comprometerão a situação econômico-financeira e sua representatividade no mercado.

Para analisar a alternância das posições dos indicadores econômico-financeiros no período analisado, a tabela 6 apresenta a correlação de Kendall.

Tabela 6 – Correlação do ranking dos indicadores

		2008	2009	2010	2011	2012
2008	Correlações de coeficiente	1,000	-			
	Sig. (2 extremidades)	-				
2009	Correlações de coeficiente	1,000**	1,000			
	Sig. (2 extremidades)	0,000	-			

2010	Correlações de coeficiente	0,929**	0,929**	1,000		
	Sig. (2 extremidades)	0,001	0,001	-		
2011	Correlações de coeficiente	0,786**	0,786**	0,714*	1,000	
	Sig. (2 extremidades)	0,006	0,006	0,013	-	
2012	Correlações de coeficiente	0,786**	0,786**	0,714*	1,000**	1,000
	Sig. (2 extremidades)	0,006	0,006	0,013	0,000	-

** . A correlação é significativa no nível 0,01 (2 extremidades).

*. A correlação é significativa no nível 0,05 (2 extremidades).

Fonte: Dados da pesquisa (2014).

Observa-se, na tabela 6, que houve correlação forte nos períodos de 2008/2009, 2009/2010, 2010/2011 e 2011/2012 com significância ao nível de 1% e 5%. Esta correlação indica que a alternância dos indicadores econômico-financeiros, nestes períodos, foi baixa nos *rankings*, pois as posições dos indicadores permaneceram constantes.

Para a teoria dos jogos, há um ponto (estratégia ou ponto de equilíbrio) que soluciona o jogo, em que um dos jogadores irá ganhar e outro perder. Desta forma, de acordo com o *ranking* de indicadores e a constância dos indicadores apontados pela correlação de Kendall, os indicadores ROI, liquidez geral e liquidez corrente possuem maior poder informacional sobre a empresa. Caso estes indicadores apresentem elevados valores, favorecerá o desempenho econômico-financeiro da empresa; porém, caso demonstrarem baixos valores, podem comprometer seu valor.

Por tal motivo, infere-se que o ROI, liquidez geral e corrente são detentores de poder informacional, que podem comprometer a performance da empresa, caso apresentem baixos valores, sendo considerados, pela teoria dos jogos, como os principais oponentes contra a natureza da empresa, conforme a amostra analisada.

Este achado é colaborado por Kreuzberg (2013), que utilizou a estratégia mista da teoria dos jogos para realizar um cenário contra a natureza entre empresas e seus

indicadores econômicos e sociais. Verificou-se que os indicadores de rentabilidade e de mercado são os que proporcionam maiores ganhos para as empresas e são os mais perigosos, conforme a teoria dos jogos, do que indicadores sociais.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste estudo, de verificar o ranking das empresas de telecomunicações e de seus indicadores econômico-financeiros utilizando a estratégia mista da teoria dos jogos foi alcançado, visto que foi possível analisar as posições que as empresas e os indicadores ocuparam nos rankings no período de 2008 a 2012.

Por meio da correlação de Kendall, verificou-se a alternância de posições nos rankings. Percebe-se que a correlação do ranking das empresas foi alta, demonstrando pouca alternância das posições nos anos analisados. Quanto à correlação dos indicadores, também se apresentou forte e significativa, pois houve pouca alteração em suas posições no ranking.

Os indicadores ROI, liquidez geral e liquidez corrente foram os que se mantiveram nas primeiras colocações do ranking no período analisado, representando os principais oponentes das empresas, uma vez que possuem importantes informações econômico-financeiras delas, podendo comprometer seu desempenho no mercado ao não possuírem bons valores.

A teoria dos jogos engloba problemas de decisão de seus participantes ou jogadores, apontando a possível previsão dos comportamentos destes e os resultados a serem alcançados (ABBADÉ, 2009). Deste modo, observou-se que os principais oponentes à natureza das empresas analisadas foram os indicadores ROI, liquidez geral e corrente, quando demonstram o comportamento de diminuição de valor da empresa, ou seja, quando apresentam baixos valores. Deste modo, as empresas devem possuir previsões sobre estes indicadores, a fim de demonstrarem performance econômico-financeira futura e não comprometer seu desempenho.

Como limitações do estudo, destaca-se a amostra limitada de empresas, uma vez que se fez necessária a utilização de informações restringidas pela operacionalização dos

dados para a formação dos jogos pela estratégia mista. Porém, tal limitação não prejudica os resultados encontrados, uma vez que foram analisados dados de 5 anos, a fim de se obter maior número de observações, necessários para a utilização de técnica estatística.

Sugerem-se, para pesquisas futuras, estudos com a teoria dos jogos para análise de outras situações empresariais utilizando indicadores sociais, ambientais e de mercado, a fim de verificar os principais indicadores considerados oponentes das empresas na visão desta teoria. Ainda, pode-se verificar a formação de jogos em conflitos rotineiros de empresas, com o intuito de encontrar a solução ótima para a empresa somente (caso o jogo for não cooperativo), ou para a empresa e seu jogador oponente (jogos cooperativos).

REFERÊNCIAS

ABBADE, E. B. Análise de Alianças Estratégicas sob a ótica da Teoria dos Jogos. **Revista de Administração da Unimep**, 7(3), 24-45, 2009.

ALENCAR, A. G.; OMAKI, E. T.; DRUMOND JUNIOR, M. A.; PERES, I. M. Um Olhar da Teoria dos Jogos Sobre a Fusão da Sadia com a Perdigão. Encontro da Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Administração. **Anais...** Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2010.

BASTOS, D. D.; NAKAMURA, W. T.; DAVID, M.; ROTTA, U. A. S. A relação entre o retorno das ações e as métricas de desempenho: evidências empíricas para as companhias abertas no Brasil. **REGE Revista de Gestão**, 16(3), 65-79, 2009.

BEZERRA, F. A.; CORRAR, L. J. Utilização da análise fatorial na identificação dos principais indicadores para avaliação do desempenho financeiro: uma aplicação nas empresas de seguros. **Revista de Contabilidade e Finanças-USP**, São Paulo, (42), 50-62, 2006.

BLACKWELL, D.; GIRSHICK, M. **Theory of games and statistical decisions**. John Wiley & Sons, 1954.

BORTOLUZZI, S. C.; ENSSLIN, S. R.; LYRIO, L.; VASCONCELLOS, M.; ENSSLIN, L. Avaliação de desempenho econômico-financeiro: uma proposta de integração de indicadores contábeis tradicionais por meio da metodologia multicritério de apoio à decisão construtivista (MCDA-C). **Revista Alcance**, n. 18, v.2, 2011.

CHARNES, A. Constrained games and linear programming. **Proceeding of the National Academy of Science**, 39, 639-641, 1963.

DAVIS, M. **Teoria dos jogos: uma introdução não-técnica**. Prefácio de Oskar Morgenstern, tradução de Leonidas Hegenberg e Otanny Silveira da Mota. São Paulo: Cultrix, 1973.

DRESHER, M.; SHAPLEY, L.; TUCKER, A. W. Advances in game theory. **Annals of Mathematical Studies**, 39. Princeton University Press, 1957.

DRESHER, M.; TUCKER, A. W.; WOLFE, P. Contributions to the theory of game. **Annals of Mathematical Studies**, 52. Princeton University Press, 1964.

FERNÁNDEZ, F. R.; MONROY, L.; PUERTO, J. Multicriteria goal games. **Journal of optimization theory and applications**, 99 (2), 403-421, 1998.

FIANI, R. **Teoria dos jogos**. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier Brasil, 2006.

GALE, D. **The theory of linear economic models**. New York: McGraw-Hill, 1960.

GROSSMAN, S. I. **Aplicaciones de algebra lineal**. Mexico: McGraw-Hill, 1992.

HARSANY, J. C. **Rational behavior and bargaining equilibrium in games and social situations**. New York: Cambridge University Press, 1977.

HEIN, N.; KROENKE, A.; FARIA, T. M. B. Teoria dos Jogos em Sistemas de Informações Interdependentes. In: **XX EPIO. Escuela de Perfeccionamento em Investigación Operativa**, Buenos Aires, Argentina, 2009.

KAKUTANI, S. Concrete representation of abstract (M)-spaces (A characterization of the space of continuous functions). **Annals of Mathematics**, p. 994-1024, 1941.

KARLIN, S. **Mathematical methods and theory in games**. Programming and Economics, v. 2, New York: Addison-Wesley, 1959.

KREUZBERG, F. **Indicadores econômicos versus indicadores sociais: uma análise de empresas listadas na BM&F Bovespa por meio da Teoria dos Jogos**. Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis do Centro de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Regional de Blumenau, Santa Catarina, Brasil, 2013.

KROENKE, A.; HEIN, N.; RODRIGUES JUNIOR, M.M; HINSCHING, L. C.; WILHELM, V. E. Teoria dos Jogos abordados em artigos e eventos científicos na área de administração e contabilidade. XIX Erematsul. **Anais...** Santa Maria, RS, Brasil, 2013.

KUHN, H. W.; TUCKER, A. W. Contributions to the theory of games. **Annals of Mathematical Studies**, n. 24 and 28. Princeton University Press, 1950.

KUHN, H. W.; TUCKER, A. W. Contributions to the theory of games. **Annals of Mathematical Studies**, v 24 and 28. Princeton University Press, 1953.

LINS, M. P. E.; CALÔBA, G. M. **Programação Linear: com aplicações em teoria dos jogos e avaliação de desempenho**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

LOZANO, R. Addressing stakeholders and better contributing to sustainability through game theory. **Journal of Corporate Citizenship**, 43, 45-62, 2011.

LUCE, D.; RAIFFA, H. **Games and decisions**. New York: John Wiley and Sons, 1957.

MANSHAEI, M. H.; ZHU, Q.; ALPCAN, T., BACŞAR, T.; HUBAUX, J. P. Game theory meets network security and privacy. **ACM Computing Surveys (CSUR)**, v. 45, n. 3, 25, 2013.

Revista Eletrônica de Estratégia & Negócios, Florianópolis, v.8, n.1, jan./abr. 2015.

MC KINSEY, J. C. C. **Introduction to the theory of games**. New York: McGraw-Hill, 1952.

MCCAIN, R. Cooperative games and cooperative organizations. **The Journal of Socio-Economics**, 37, 2155-2167, 2008.

MYERSON, R. B. **Game theory**. Harvard university press, 2013.

OWEN, G. **Game theory**. San Diego:W.B. Sauders, 1968.

PARTHASARATHY, T.; RAGHAVAN, T. E. S. **Some topics in two-person games**. American Elsevier, 1971.

RAPOPORT, A. **Person game theory: concepts and applications**. Michigan: University of Michigan Press, 1970.

RAPOPORT, A. **Two-person game theory: the essential ideas**. Michigan: University of Michigan Press, 1966.

SANVICENTE, A. Z.; MINARDI, A. M. A. F. **Identificação de indicadores contábeis significativos para a previsão de concordata de empresas**. Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais, Working Paper, 1998.

SHUBIK, M. **Market structure and behavior**. Massachusetts: Harward University Press, 1980.

SHUBIK, M. **Strategy and Market structure: competition, oligopoly and the theory of games**. John Wiley & Sons, 1959.

SILVA, V.A.; CORDEIRO FILHO, J. B. **Análise Crítica da produção científica em contabilidade: utilizando a Teoria dos Jogos, no suporte à tomada de decisões**. 2010. Disponível em: <<http://www.contabeis.ufba.br/Site/arquivos/Editor/file/Mestrado/Artigos>>. Acesso em: 20 fev. 2014.

SINGLETON, R. R.; TYNDALL, W. F. **Games and programs: mathematics for modeling**. San Francisco, CA: Freeman, 327, 1974.

TUCKER, A. W.; LUCE, D. Contributions to the theory of games. **Annals of Mathematical Studies**, 4 (40). Princeton University Press, 1959.

VON NEUMANN, J. **Zur theorie der gesellschaftsspiele**. 296-320, 1928.

VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behavior**. Princeton: Princeton University Press, 1944.

VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behavior**. Princeton: Princeton University Press, 1953.

XU, Y.; LIU, J.; ZHONG, X.; CHEN, S. Lattice-valued matrix game with mixed strategies for intelligent decision support. **Knowledge-Based Systems**, v. 32, p. 56-64, 2012.

ZELENY, M. **Multiple criteria decision making**. New Yor: McGraw-Hill, 1982.

Revista Eletrônica de Estratégia & Negócios, Florianópolis, v.8, n.1, jan./abr. 2015.