

FABRICAÇÃO DA BANCADA RESMAT α E MODELOS PARA ANÁLISE DE REAÇÕES APLICANDO CARGAS CONCENTRADAS E DISTRIBUIDAS

Nestor Gálvez Ronceros PUC RIO/UNIFACS

RESUMO

O presente trabalho sobre a construção da bancada RESMAT α para análise de reação de cargas apresenta duas etapas, a primeira; produção dos corpos de provas de aço 1020 que não sobrepassem as 700 gramas, construção da estrutura e implementação dos materiais experimentais como dinamômetros, barras rígida, pesos de cargas pontuais e distribuídas. A segunda; cálculo matemático dos centroides segundo a equação de comportamento da curva dos corpos mediante o uso de Excel, análise das reações produzidas nos pontos de acoplamentos representados pela posição dos dinamômetros que estão acoplados à barra horizontal. Os resultados experimentais serão comparados com os cálculos teóricos segundo as equações de equilíbrio de um corpo rígido tais como $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_o = 0$. Os resultados mostram o potencial da bancada experimental já que trata-se de uma ferramenta didática-lúdica para modelagem de sistemas estáticos para comparados com resultados teóricos e que nos permite desenvolver situações praticas mais complexas na unidade de ensinodas disciplinas das engenharias de resistência dos materiais, estruturas, etc.

Palavras-chave: Cargas distribuídas, Equações de equilíbrio, Bancada Didática, Centroides, Aplicações das Matemáticas.

ABSTRACT

The present work on the construction of the RESMAT α bench for load reaction analysis presents two stages, the first; production of 1020 steel specimens that do not exceed 700 grams, construction of the structure and implementation of experimental materials such as dynamometers, rigid bars, weights of punctual and distributed loads. The second; mathematical calculation of the centroids according to the equation of behavior of the curve of the bodies using Excel, analysis of the reactions produced at the coupling points represented by the position of the dynamometers that are coupled to the horizontal bar. The experimental results will be compared with the theoretical calculations according to the equilibrium equations of a rigid body such as $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_o = 0$. The results show the potential of the experimental bench since it is a didactic-ludic tool for modeling static systems to be compared with theoretical results and that allows us to develop more complex practical situations in the teaching unit of the disciplines of materials resistance engineering, structures, etc.

Keywords: Distributed loads, Equilibrium Equations, Didactic Workbenc, Centroids, Applications of Mathematics.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho trata da construção de uma bancada didática e comparação da análise experimental e teórica de uma viga modelo sometidas a cargas pontuais e distribuídas com a finalidade de auxiliar na correlação ao nível de graduação entre a teoria e a prática. Realizar os

cálculos de reações mediante os conceitos de equilíbrio de forças e momentos para o laboratório de resistência dos materiais da UNIFACS.

Muitas dificuldades são apresentadas quando se trata de entender os fenômenos imperceptíveis aos olhos do aluno que acontecem em algumas disciplinas, com a intenção de implementar as metodologias ativas, marcar um diferencial dentro do ensino e preparar os estudantes mais para o mercado laboral procura-se criar situações praticas que ponham a prova os conceitos abordados em sala de aula.

Protótipos de cargas distribuídas são produzidos a partir de blocos de aço estrutural modelados para simular situações de análises, tais protótipos nos forneceram medidas que serão analisados mediante o pacote *Excel* para obter as curvas características do comportamento da superfície superior dos protótipos, isto coma finalidade de calcular o centroide na direção do eixo X para cálculo do momento mediante as equações de equilíbrio.

Os pontos de apoio serão substituídos por dinamômetros cuja leitura nos fornecerá o valor a comparar com os cálculos encontrados analiticamente.

Para isso, na próxima seção serão considerados os fundamentos teóricos que embasaram nosso estudo. Após isso, trazemos o percurso metodológico que nos permitiu realizar pesquisas e comentar sobre os temas aqui apresentados, dando sequência para apresentação e análise dos dados colhidos e produzidos durante a implementação desse processo.

Na sequência os resultados serão discutidos e esclarecidos para fim concluir com os pontos considerados mais relevantes.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Força concentrada e força pontual

Segundo Hibbeler (2009) e Pasha *et al.* (2014) define como a única força aplicada a um ponto do corpo. Cabe mencionar que essas forças não existem na natureza. Definida também como carga estática por que não há efeitos dinâmicos ou inerciais devido a movimentos Gere e Goodno (2017). A unidade é o Newton, cuja simbologia é a letra N.

2.2 Forças distribuídas

Medida como intensidade de força por unidade de comprimento ao longo da área, representada por uma serie de setas ao longo da linha de aplicação (Hibbeler, 2009). Segundo Plesha *et al.* (2014) existem três tipos de forças distribuídas, as de linha, de superfície e de volume. Sua unidade é kN/m.

2.3 Diagrama de corpo livre (DCL)

Segundo Meriam e Kraige (2013), refere-se à representação esquemática do sistema isolado, tratando como um único corpo. No diagrama representamos todas as forças aplicadas ao sistema. Já Plesha *et al.* (2014) define DCL como o esboço de um corpo que se separa de seu ambiente onde as forças devem ser mostradas no desenho.

2.4 Equilíbrio de um corpo rígido

Constitui a parte mais importante de estática e os procedimentos formam a base para a resolução de problemas estáticos e dinâmicos (Meriam e Kraige, 2013).

É necessário analisar no equilíbrio de forças que não exista deslocamento nem rotação em qualquer dos eixos conhecidos, Hibberler (2009) menciona que o equilíbrio de um corpo exige um equilíbrio de forças, para impedir que a translação ou um movimento acelerado de corpo ao longo de uma trajetória reta ou curva segundo a Eq. 1 e Eq. 2 apresentadas abaixo e uma equação de equilíbrio de momentos para impedir que um corpo gire segundo a Eq. 3.

Segundo Beer e Johnston (2011) a determinação das reações nos apoios de um corpo rígido é feito com a análise mediante as equações de equilíbrio.

Tratando-se de um sistema em duas dimensões simplificam-se as equações de equilíbrio mediante as equações:

$$\sum F_X = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_Y = 0 \tag{2}$$

$$\sum M_O = 0 \tag{3}$$

2.5 Centróide

Segundo Meriam e Kraige (2013) define centróide como a linha de ação do peso de um corpo. É necessário o cálculo do centróide para realizar a análise do momento mediante as equações de equilíbrio.

As equações de cálculo para corpos que possuem comportamento assimétricos e que serão matéria de análise para nosso projeto podem ser calculados segundo Pleshaet *al.* (2014) mediante a Eq. 4 e Eq. 5:

$$\bar{x} = \int x dA / \int dA \quad (4)$$

$$\bar{y} = \int y dA / \int dA \quad (5)$$

3. METODOLOGIA

3.1 Obtenção da curva de comportamento da carga distribuída

Os corpos de prova mostrados na Fig.1 foram obtidos a partir dos acabamentos construídos de aço estrutural. Os corpos de prova nos proporcionarão cargas distribuídas simuladas de figuras não regulares estão representados por uma equação polinomial para corpos curvos como o caso a, b e c. As equações são obtidas mediante os próprios pontos que são medidos com ajuda de um paquímetro.



Figura 1. Perfil dos corpos de prova para análise de carga distribuída
Fonte: Autor (2022)

Os pontos obtidos no formato (x,y) segue o seguinte procedimento mostrado na Fig. 2, medindo comprimento e altura para logo ser inseridos no programa *Excel*.

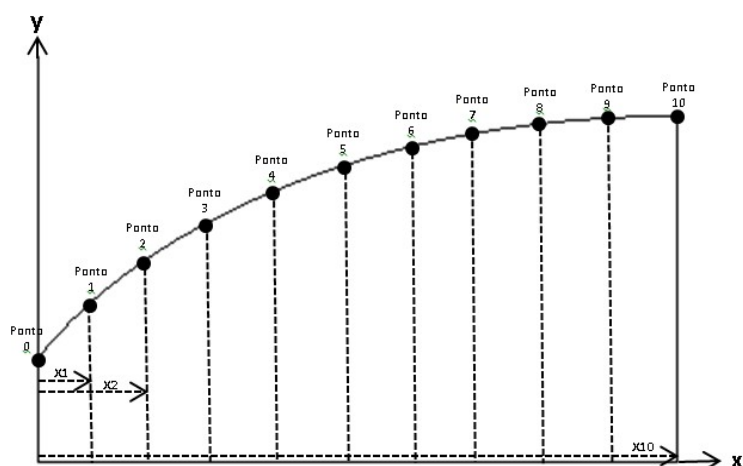


Figura 2. Procedimento para obtenção dos pontos (x,y)
Fonte: Autor (2022)

Mediante os pontos obtidos são elaboradas a Tab. 1 e Tab. 2 os quais nos ajudam a esboçar os gráficos apresentados na Fig. 3 e Fig. 4, tais curvas através do programa *Excel* (2016) nos ajuda a encontrar a curva característica e a equação do comportamento da curva do perfil com a qual é possível calcular o ponto do centroide, muito útil para os cálculos de momento no sistema em equilíbrio da estrutura.

Comprimento x (mm)	0,00	9,65	19,50	29,90	39,55	49,30	59,00	69,00	78,75	88,40	99,05
Altura h (mm)	49,60	48,40	47,45	45,60	43,00	40,20	37,00	32,40	27,05	22,15	15,35

Tabela 1: Pontos obtidos a partir da análise do corpo de prova **a**
Fonte: Autor (2022)

Comprimento x (mm)	0,00	9,00	19,00	29,00	39,80	49,50	59,75	70,00	79,60	89,75	99,45
Altura h (mm)	50,25	43,20	35,65	29,30	24,35	21,10	18,60	16,15	14,10	12,30	11,05

Tabela 2: Pontos obtidos a partir da análise do corpo de prova **b**
Fonte: Autor (2022)

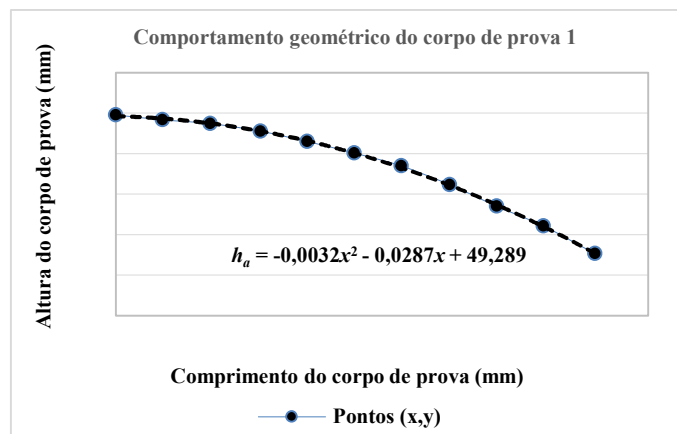


Figura 3. Representação gráfica dos pontos obtidos do perfil do corpo de prova a
 Fonte: Autor (2022)

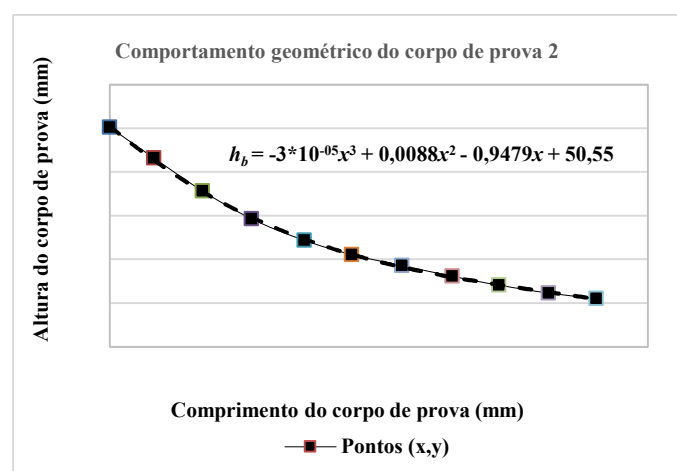


Figura 4. Representação gráfica dos pontos obtidos do perfil do corpo de prova
 Fonte: Autor (2022)

Os gráficos nos mostram as equações que serão usadas para cálculo do centroide com respeito ao eixo X , a coordenada do centroide \bar{x} será de utilidade quando for determinar o momento gerado em relação a um ponto de referência.

3.2 Materiais auxiliares

Mostra-se na Fig. 5 os materiais usados para a montagem da bancada para a análise experimental e a leitura do dinamômetro.

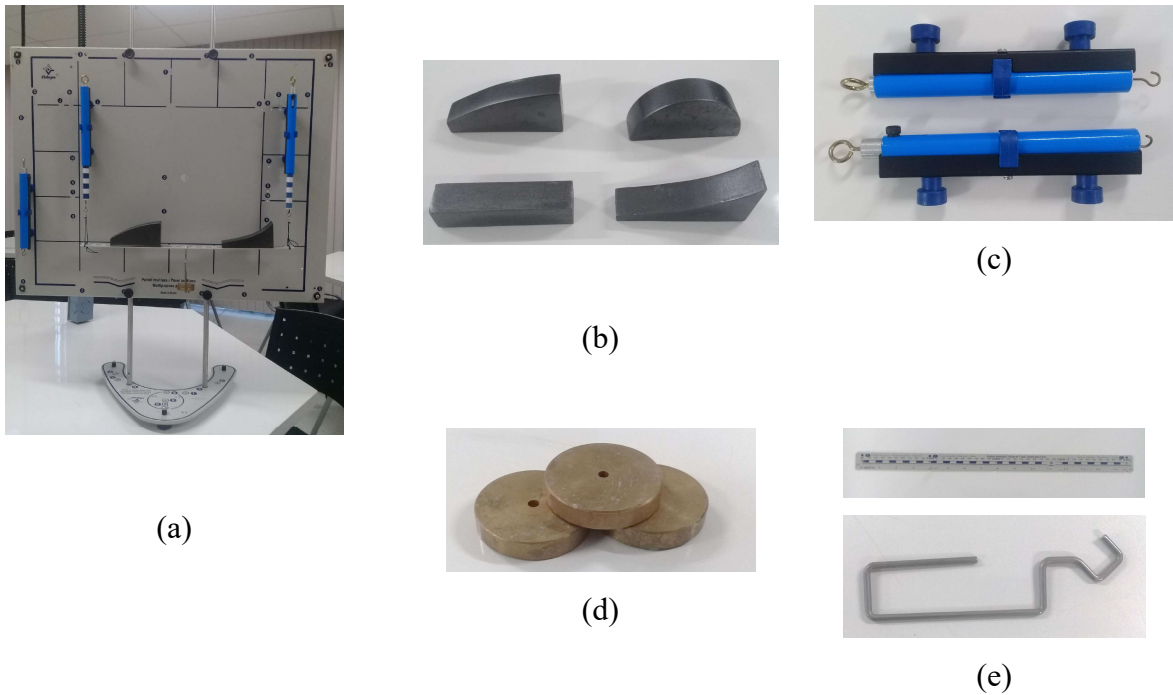


Figura 5. Materiais para montagem da parte experimental.
 (a) Panel (b) Protótipos de simulação de carga distribuida (c) Dinamômetros de 0 a 10 N. (d) Pesas para simulação de carga concentrada de 50 g. (e) Gancho para pesas, régua de 400 mm
 Fonte: Autor (2022)

3.3 Cálculo do centroide

É necessário o cálculo do centroide para realizar a análise mediante as equações de equilíbrio do sistema. Sabendo que a equação do corpo de prova **a** é definida pela Eq. 6, se procede a avaliar a equação mediante o uso da Eq. 4 para achar o valor de localização do centroide no eixo *X*.

$$h = -0,0032x^2 - 0,0287x + 49,289 \quad (6)$$

Segundo as medições realizadas no protótipo **a**, o corpo de prova tem um comprimento de 99,05 mm, aplicando a fórmula para o cálculo do centroide.

$$\text{Se: } dA = y \, dx$$

Então:

$$\bar{x}_a = \frac{\int_0^{99,05} xy \, dx}{\int_0^{99,05} y \, dx} = \frac{\int_0^{99,05} x(-0,0032x^2 - 0,0287x + 49,289) \, dx}{\int_0^{99,05} (-0,0032x^2 - 0,0287x + 49,289) \, dx}$$

$$\bar{x}_a = \frac{155485,14}{3704,73} \rightarrow \bar{x}_a = 41,97 \, mm$$

Já para o corpo de prova **b** é definida pela Eq.7, se procede a avaliar a equação mediante o uso da Eq. 4 para achar o valor de localização do centroide no eixo X.

$$h = -3 * 10^{-5}x^3 + 0,0088 x^2 - 0,9479 x + 50,55 \quad (7)$$

Segundo as medições realizadas no protótipo b, o corpo de prova tem um comprimento de 99,45 mm, aplicando a fórmula para o cálculo do centroide.

Então:

$$\bar{x}_b = \frac{\int_0^{99,45} xy \, dx}{\int_0^{99,45} y \, dx} = \frac{\int_0^{99,45} x(-3 * 10^{-5}x^3 + 0,0088 x^2 - 0,9479 x + 50,55) \, dx}{\int_0^{99,45} (-3 * 10^{-5}x^3 + 0,0088 x^2 - 0,9479 x + 50,55) \, dx}$$

$$\bar{x}_b = \frac{96027,29}{2491,25} \rightarrow \bar{x}_b = 38,54 \, mm$$

3.4 Procedimento experimental

Para realizar a análise de um caso em particular usaremos dois corpos de provas e uma carga concentrada que atuam numa barra de 40 cm, apoiando-se em dois dinamômetros que nos ajudaram a calcular as reações de maneira experimental tal como mostrado na Fig. 6.

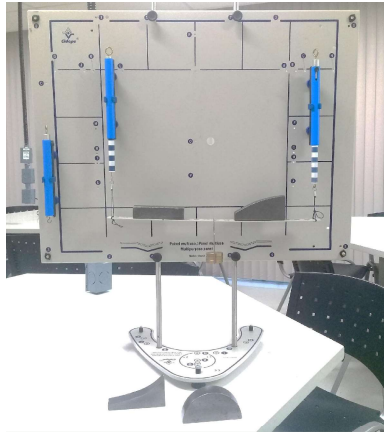
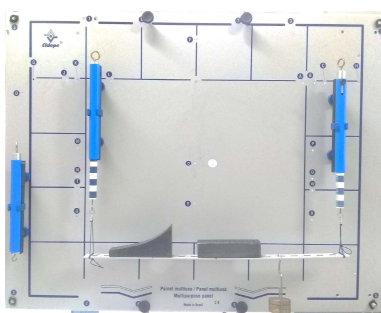


Figura 6: Representação de um caso na bancada experimental e seu esquema correspondente para a análise teórica.
 Fonte: Autor (2022)

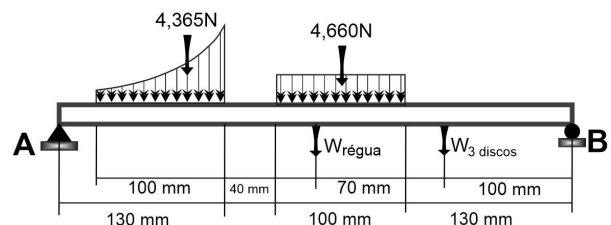
3.4.1 Análise para o caso I

Apresenta-se na Fig. 7 o arranjo da primeira análise na bancada para cálculo de reações, assim como a situação semelhante para uma estrutura apoiada em acoplamentos simples de pino externo e rolete.

Usando as equações de equilíbrio segundo o DCL do sistema mostrado na Fig. 8. $W_{\text{régua}}$ e $W_{3 \text{ discos}}$ foram substituídos pelas cargas em newton correspondentes, com isto, podem se calcular os resultados das reações de forma analítica assim como lidos os valores nos dinamômetros.



(a)



(b)

Figura 7: (a) Arranjo da bancada para utilização dos elementos b, f mais um peso de três discos, (b) esquema semelhante para análise da viga mediante equações de equilíbrio.
 Fonte: Autor (2022)

3.4.1.1 Diagrama de corpo livre – caso I

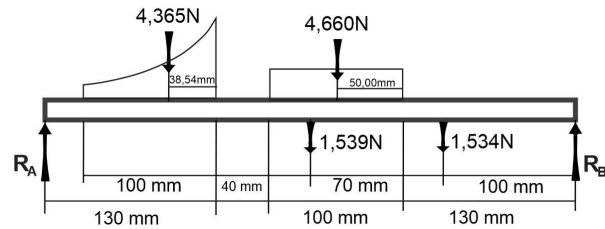


Figura 8: Diagrama de Corpo Livre para o CASO I.
Fonte: Autor (2022)

3.4.1.2 Equações de equilíbrio

$$\sum F_Y = 0$$

$$-4,365 - 4,660 - 1,538 - 1,534 + R_A + R_B = 0$$

$$\sum M_O = 0$$

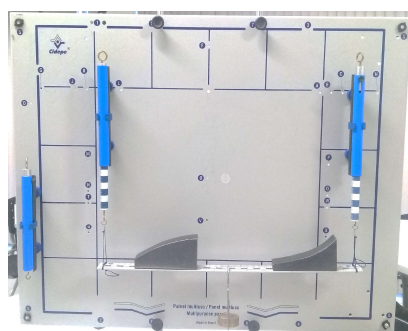
$$-4,365(130 - 38,54) - 1,538(200) - 1,534(300) - 4,660(220) + R_B(400) = 0$$

$$R_B = 5,48 \text{ N}$$

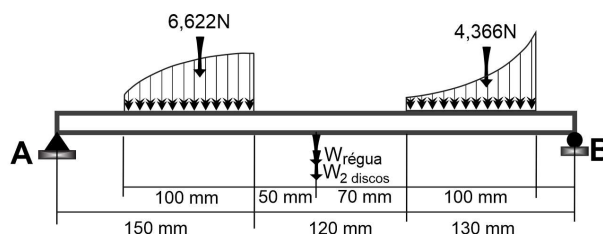
$$R_A = 6,61 \text{ N}$$

3.4.2 Análise para o caso II

De forma similar ao Caso I apresenta-se na Fig. 9 para a análise de um novo Caso II. Usando as equações de equilíbrio extraídos do DCL mostrado na Fig. 10 pode-se calcular os resultados das reações de forma analítica e obter os valores nos dinamômetros.



(a)



(b)

Figura 9: (a) Arranjo da bancada para utilização dos elementos a, b mais um peso de dois discos, (b) esquema semelhante para análise da viga mediante equações de equilíbrio.

Fonte: Autor (2022)

3.4.2.1 Diagrama de corpo livre – caso II

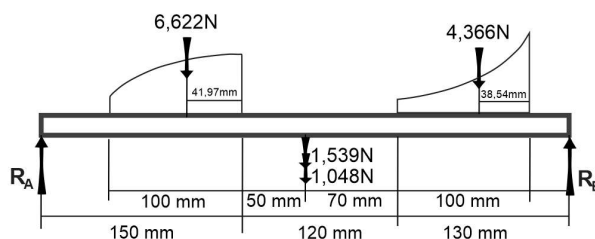


Figura 10. Diagrama de Corpo Livre para o CASO II

Fonte: Autor (2022)

3.4.2.2 Equações de equilíbrio

$$\sum F_Y = 0$$

$$-4,365 - 6,62260 - 1,048 - 1,534 + R_A + R_B = 0$$

$$\sum M_O = 0$$

$$-4,365(400 - 68,54) - (1,534 + 1,048)(200) - 6,622(150 - 41,97) + R_B(400) = 0$$

$$R_B = 6,69 \text{ N}$$

$$R_A = 6,87 \text{ N}$$

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Comparação entre resultados analíticos e leituras dos dinamômetros

Comparando os resultados calculados com as leituras dos dinamômetros apresentados na Tab. 3, observa-se que os resultados calculados e os obtidos nos dinamômetros são muito próximos.

Reações	Cálculo mediante Equações de Equilíbrio		Leitura no dinamômetro	
	CASO I	CASO II	CASO I	CASO II
R_A (N)	6,61	6,87	6,45	6,75
R_B (N)	5,48	6,69	5,45	6,55

Tabela 3 – Valores comparativos entre resultados calculados e lidos no dinamômetro
Fonte: Autor (2022)

O presente trabalho permite demonstrar a importância dos cálculos dos pontos geométricos dos corpos tais como centróides, pontos x e y, grandezas como massa, massa específica.

Trabalhar com esses resultados nos permite fazer simulações a escalas dos fenômenos que acontecerão com medidas reais.

Os resultados obtidos mostram uma aproximação com erros menores de 1% demonstrando a efetividade da bancada sendo também um material lúdico para ser implementados nos laboratórios do grupo Anima.

Ainda estamos fabricando peças para simular diversas situações da vida real para análises em estruturas tais como carros de pequeno e grande porte, corpos de cargas distribuídas diferentes, etc.

5. AGRADECIMENTOS

Agradecer a UNIFACS

6. REFERÊNCIAS

- BEER, F. P., JOHNSTON, E. R. JR.(2011). Resistência dos Materiais, Tradução: Celso Pinto Morais Pereira. 3 Ed. São Paulo, Pearson Makron Books.
- GERE, J.M., GOODNO, B.J. (2017). Mecânica dos Materiais, Cengage Learning.
- HIBBELER, R. C. (2010). Resistencia dos Materiais, 7 Ed. São Paulo, Pearson Prentice Hall.

MERIAM, J.L., KRAIGE, L.G. (2016). Mecânica para Engenharia - Estática, volume 1. Tradução: Hector Reynaldo Meneses Costa. Porto Alegre. Bookman. 7 Ed. Rio de Janeiro.

PLESHA, M.E., GRAY, G.L., COSTANZO, F. (2014). Mecânica para Engenharia - Estática, Tradução: Eduardo Antonio Wink de Menezes. Porto Alegre. Bookman.

Microsoft Excel, Microsoft Windows, x64. Versão estável: 2016. (16.0.6769.2017).